

நில திரட்டுக்கை/புதிய பாதுகாப்பு திட்டம்/New Syllabus

NEW Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පෙනු (උකස් පෙළ) විභාගය, 2019 අධ්‍යාපන කළේවිප් පොතුත් තරාතුරුප පත්තිර (ඉ.යු.ර තු)ප ප්‍රීතිස, 2019 ඉකස්ස් General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

கூட்டுக்கணிதம் II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

2019.08.07 / 0830 - 1140

ஏடு ஏழை

மூன்று மணித்தியாலம்

Three hours

අමතර කියවේ කාලය	- මිනිතු 10 දි
මෙලතික බාසිප්ප තොරතු	- 10 නිමිත්තකள්
Additional Reading Time	- 10 minutes

අමතර කිහිපික කාලය පුළුව සිංහල උග්‍ර ගෙනිල්ට පිළිබුරු මිටිංගිල් ප්‍රතිචාරව දෙන උග්‍ර කාලීනය නිර්මාණය යුතු කළ ඇතිවේ.

RECORDED.

ଶ୍ରୀମତୀ ପାତ୍ନୀ

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
 - * A කොටස:
කිහිපු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩියි උග්‍රයන්හා. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර උග්‍රය කැඩිදුයි හාවත කළ භැංකි ය.
 - * B කොටස:
ප්‍රශ්න පසුව පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කැඩිදුසිවල උග්‍රයන්හා.
 - * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උසින් සිටින පරිදී කොටස දෙක අමුණා විභාග යාලාධිපතිව හාර දෙන්න.
 - * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග යාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
 - * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ම මගින් යරුත්වීම තුවරණය ඇත්තෙයි.

පරිස්‍යකවිදුත් පැහැදිලි කොළඹ ප්‍රමාණ

(10) සංග්‍රහක ගණනය II		
කොටස	දුරක්ත අංකය	ලබාදා
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

४८५

ଓଲକ୍ଷଣମେନ୍	
ଅଳୁରିଙ୍କ	

ପ୍ରାଚୀନ୍ତ୍ୟ ଧାରା

උත්තර පතු පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අයික්ෂණය කළේ:	

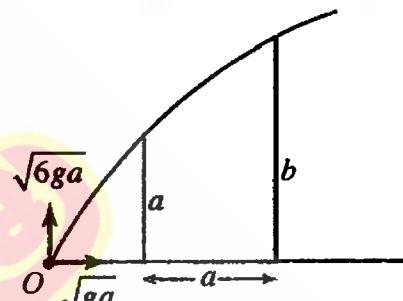
A କେବଳ

1. එක එකක ස්කින්දය m වූ A, B හා C අංශු කුතක් එම පිළිවෙළින්, සුම්බ තීරස මේසයක් මත සරල රේඛාවක තබා ඇතු. A අංශුවට π ප්‍රවේශයක් දෙනු ලබන්නේ එය B අංශුව සමඟ සරල ලෙස ගැටෙන පරිදි ය. A අංශුව සමඟ ගැටුන පසු, B අංශුව වලනය වී C අංශුව සමඟ සරල ලෙස ගැටුවේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාග්‍ය සංශ්‍යාණකය නේ වේ. පළමු ගැටුමෙන් පසුව B නි ප්‍රවේශය සොයන්න.

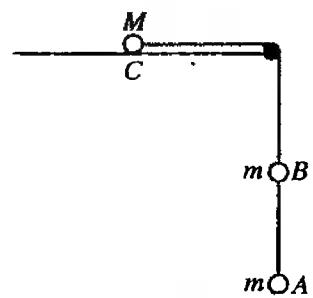
B හා *C* අතර ප්‍රතිඵලියෙන් සංගුණකය ද ඇවේ. *B* සමඟ ගැටුමෙන් පසුව *C* හි ප්‍රවේශය ලියා දක්වන්න.

2. තිරස් හා සිරස් සංචලන පිළිවෙශීන් $\sqrt{3a}$ හා $\sqrt{3ab}$ සහිත ප්‍රවේගයකින් තිරස් ගෙවීමක් මත වූ 0 ලක්ෂණයක සිට අඟුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. රුපයේ දැක්වෙන පරිදි, එකිනෙකට a තිරස් දුරකින් පිහිටි උස a හා b වූ සිරස් තාප්ප දෙකකට යාන්තමින් ඉහුලින් අඟුව යයි. උස a වූ තාප්පය පසු කරන විට අඟුවේ ප්‍රවේගයෙහි සිරස් සංචලනය $2\sqrt{3a}$ බව පෙන්වන්න.

$b = \frac{5a}{2}$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.



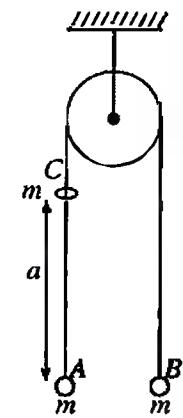
3. රුපයෙහි A, B හා C යනු ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m, m හා M වූ අංශ වේ. A හා B අංශ සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. සුම්මට තිරස මෙයයක් මත වූ C අංශව, මෙයයේ දාරයට සවිකර ඇති සුම්මට කුඩා කජ්පියක් මතින් යන තවත් සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවකින් B ව ඇදා ඇත. අංශ හා කන්තු සියලුලම එකම සිරස් තලයක පිහිටියි. තන්තු නොවුරුල්ව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලනාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. A හා B යා කරන තන්තුවේ ආකතිය තිරණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සම්කරණ ලියා දක්වන්න.



4. ස්කන්ධය M kg හා P kW නියත ජ්‍යෙෂ්ඨකින් යුත් කාරයක් තිරහට A කෝණයකින් ආනක සැපු මාර්ගයක් දිගේ පහළට වලනය වේ. එහි විශ්චිතයට R (> Mg sin α) N නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එක්තරා මොහොතුක දී කාරයේ ත්වරණය $a \text{ ms}^{-2}$ වේ. මෙම මොහොතේ දී කාරයේ ප්‍රවේශය සොයන්න.

මාර්ගය දිගේ පහළට කාරයට වලනය විය හැකි නියත වේය $\frac{1000P}{R - Mg \sin \alpha} \text{ ms}^{-1}$ බව අයෝග්‍ය කරන්න.

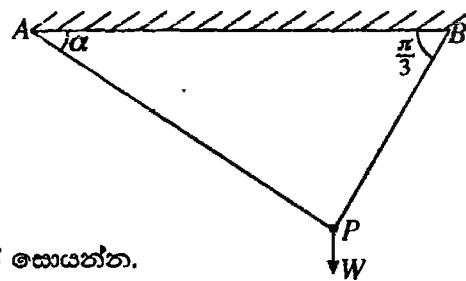
5. එක එකක ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශ දෙකක්, අවල සුමට කජ්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතනයා තන්තුවක දෙකෙළවරට ඇදා සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. A ට සිරස්ව a දුරක් ඉහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයකින් නියෝගීවා සිට මුදා හරින ලද ස්කන්ධය m ම වූ C කුඩා පබඳවක් ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ වලනය වී A සමග ගැටී හා වේ. (රුපය බලන්න.) A හා C අතර ගැටුම සිදු වන මොහොතේ දී තන්තුවේ ආවේගය ද ඉහත ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු B ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය ද නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සම්කරණ ලියා දක්වන්න.



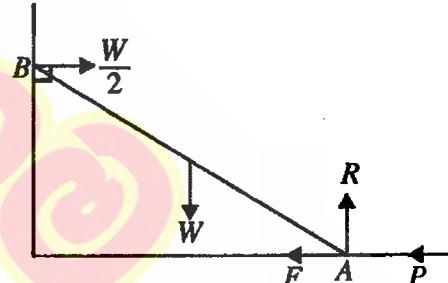
6. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අවල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂා දෙකක පිහිටුම් දෙදික පිළිවෙළින් $2i + j$ හා $3i - j$ යැයි ගනීමු. $A \hat{O} C = A \hat{O} D = \frac{\pi}{2}$ හා $OC = OD = \frac{1}{3}AB$ වන පරිදිවූ C හා D ප්‍රහිතන ලක්ෂා දෙකෙහි පිහිටුම් දෙදික සොයන්න.

7. කිරස සමග පිළිවෙළින් α හා $\frac{\pi}{3}$ කෝණ සාදනා AP හා BP සැහැලේ අවශ්‍ය තත්ත්ව දෙකක් මගින් තිරස සිවේලීමකින් එල්ලා ඇති බර W වූ P අංශුවක්, රුපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී. AP තත්ත්වවේ ආතතිය, W හා α අසුරෙන් සොයන්න.

එ නයින් මෙම ආතතියේ අවම අගයන් එයට අනුරූප α හි අගයන් සොයන්න.



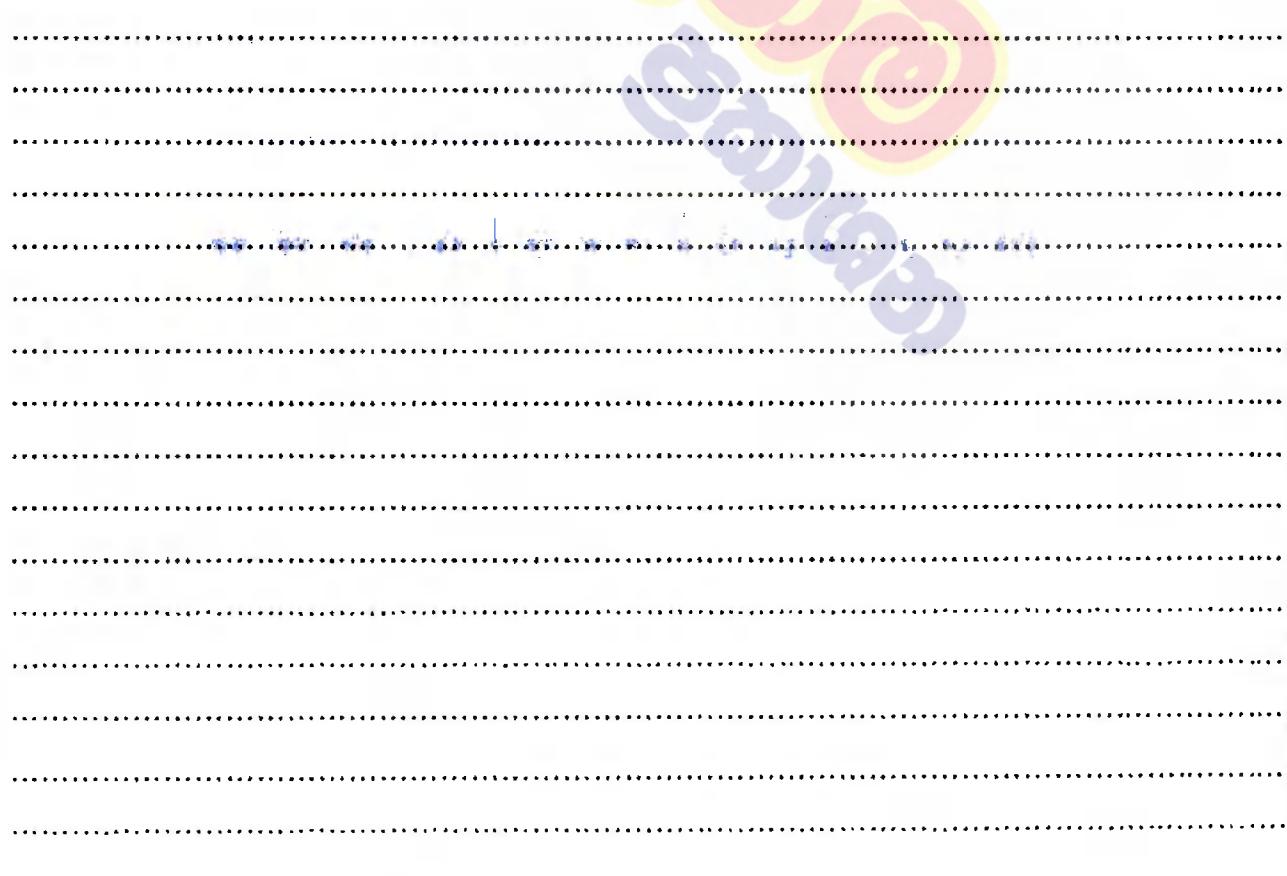
8. දිග 2α හා බර W වූ ඒකාකාර AB දැන්වික් එහි A කෙළවර රඟ තිරස ගෙනිමක් මත ද B කෙළවර සුම්ම සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව ද තබා ඇති. බිත්තියට ලමිඛ සිරස් තලයක දැන්ව සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A කෙළවරේ දී බිත්තිය දෙසට යොදු විශාලත්වය P වන තිරස බලයක් මගිනි. රුපයේ F හා R මගින් පිළිවෙළින් A හි දී සර්ණ බලය හා අනිලමිඛ ප්‍රතිත්වියාව දක්වා ඇති. B හි දී බිත්තිය මගින් ඇති කරන ප්‍රතිත්වියාව, රුපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි $\frac{W}{2}$ දී දැන්වා හා ගෙවීම අනර සර්ණ සංගුණකය $\frac{1}{4}$ ද තමි, $\frac{W}{4} \leq P \leq \frac{3W}{4}$ බව පෙන්වන්න.



9. A හා B යනු ගැනීමේ අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනීමු. සූපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$ හා $P(A' \cap B) = \frac{1}{10}$ බව ඇති පිළිබඳ පිළිබඳ P(B) හා $P(A' \cap B')$ සොයන්න; මෙහි A' හා B' වලින් පිළිබඳ A හා B හි අනුශ්‍රරක සිද්ධි දැක්වේ.



10. එක එකක් 5 ට අඩු දත් නිවිල පහකට මාතයන් දෙකක් ඇති අතර ඉන් එකක් 3 වේ. ඒවායේ මධ්‍යන්ය හා මධ්‍යස්ථානය යන දෙකම් 3 ට සමාන වේ. මෙම නිවිල පහ සොයන්න.



நல திரட்டுகை/புதிய பாடத்திட்டம்/New Syllabus

NEW Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (දෙසු පළු) විභාගය, 2019 අගෝස්තු කළවිප් පොතුත් තුරාතුරුප් පත්තිර (ශ්‍යාරු තුරු)ප පරීක්ෂා, 2019 ඉකළුම් General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

கால்குலசு வளிமத	II
இணைந்த கணிதம்	II
Combined Mathematics	II

10 S II

B සොට්ස

* ප්‍රශ්න පහකව පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ඔ මගින් ගුරුත්වත ත්වරණය දැක්වේ.)

11. (a) P හා Q මෙවර රථ දෙකක් සැපු පාරක් දිගේ නියත ක්වරණ සහිතව එකම දිගාවකට වලනය වේ. කාලය $t = 0$ හිදී P හි ප්‍රවේගය $u \text{ ms}^{-1}$ ද Q හි ප්‍රවේගය $(u + 9) \text{ ms}^{-1}$ ද වේ. P හි නියත ක්වරණය $f \text{ ms}^{-2}$ ද Q හි නියත ක්වරණය $\left(f + \frac{1}{10}\right) \text{ m s}^{-2}$ ද වේ.

- (i) $t \geq 0$ සඳහා P හා Q හි වළිතවලට, එකම රුපයක හා
(ii) $t \geq 0$ සඳහා P ව සාපේක්ෂව Q හි වළිතයට, එනම රුපයක,

ප්‍රවේග-කාල වකුවල දෙ සටහන් අදින්න.

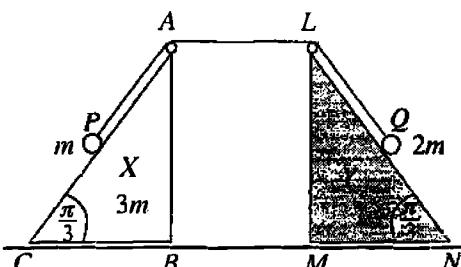
කාලය $t = 0$ හි P මෝටර් රථය Q මෝටර් රථයට වඩා තිබු 200 ක් ඉදිරියෙන් සිටී බව තවදුරටත් දී ඇත. P පසුකර යැමෙන් Q මගින් ගනු ලබන කාලය සෞයන්න.

- (b) සමාන්තර සූපුරු සහිත පළල a වූ ගෙන් u ඒකාකාර ප්‍රවේශයෙන් ගලයි. රුපයෙහි, A, B, C හා D යන ඉවුරු මත වූ ලක්ෂා සමවතුරසුයක සිරිප වේ. ජලයට සාපේක්ෂව නියත $v (> u)$ වේගයෙන් වලනය වන B_1 හා B_2 බෝරුව දෙකක් එකම මොඩාකක A සිට ඒවායේ ගමන් ආරම්භ කරයි. B_1 බෝරුව පලමුව \vec{AC} දිගේ C වෙත ගොස් ඉන්පසු \vec{CD} දිගාවට ගෙ දිගේ ඉහළට D වෙත යයි. B_2 බෝරුව පලමුව \vec{AB} දිගාවට ගෙ දිගේ පහළට B වෙත ගොස් ඉන්පසු \vec{BD} දිගේ D වෙත යයි. එකම රුපයක, B_1 හි A සිට C දක්වා ද B_2 හි B සිට D දක්වා ද වලින සඳහා ප්‍රවේශ තිකේණුවල දළ සටහන් අදින්න.

ಶ. ನಿಡಿನ್. A ಸಿಗೆ C ದ್ವಾರಾ ಲಿಂಕಿದೆಯ ದ್ವಿ B_1 ಬೋರ್ಡ್‌ಲೈನ್ ವೆಗಣ $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{2v^2 - u^2} + u \right)$ ಎಂತ ಪೆನ್‌ಲ್‌ನಲ್ಲಿ B ಸಿಗೆ D ದ್ವಾರಾ ಲಿಂಕಿದೆಯ ದ್ವಿ B_2 ಬೋರ್ಡ್‌ಲೈನ್ ವೆಗಣ ಸೊಯನ್ನು.

B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකම එකම මොහොතක දී D වෙත ප්‍රගා වන බව කවදුරටත් පෙන්වන්න.

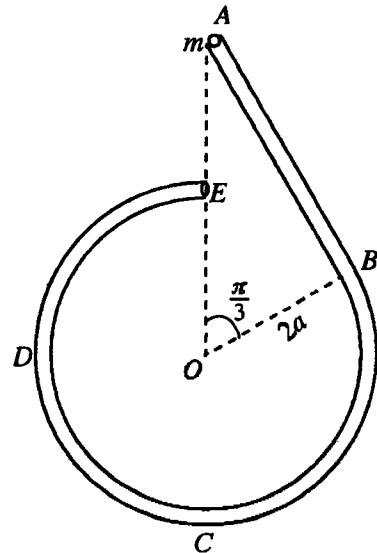
- 12.(a) රුපයෙහි ABC හා LMN ත්‍රිකෝණ, $\hat{ACB} = \hat{LNM} = \frac{\pi}{3}$ හා $\hat{ABC} = \hat{LMN} = \frac{\pi}{2}$ වූ BC හා MN අඩංගු මුහුණ්න් සුමට තිරස් ගෙවීමක් මත තබන ලද පිළිවෙළින් X හා Y සර්වසම සුමට ඒකාකර කුණ්කා දෙකක ඉරුත්ව කේත්ද තුළින් වූ සිරස් හරස්කේට් වේ. ස්කන්ධය $3m$ වූ X කුණ්කාය ගෙවීම මත වලනය වීමට නිදහස් වන අතර Y කුණ්කාය අවලට තබා ඇතු. AC හා LN රේඛා අදාළ මුහුණ්න්වල උපරිම බැඳුම් රේඛා වේ. A හා L හි සවිකර ඇති සුමට කුඩා කපේ දෙකක් මතින් යන සැහැල්පූ අවිනාශ තන්තුවක දෙකෙලවර ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වූ P හා Q අංශ දෙකකට ඇදා ඇතු. රුපයේ පරිදි ආරම්භක පිහිටීමේ දී, තන්තුව නොමුරුල්ව හා $AP = AL = LQ = a$ වන ලෙස P හා Q අංශ පිළිවෙළින් AC හා LN මත අල්වා තබා ඇතු. පද්ධතිය නිශ්චිතවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. Y වෙත යාමට X ගනු ලබන කාලය, a හා g ඇසුරෙන් තිරිමට ප්‍රමාණවක් සම්කරණ ලබා ගන්න.



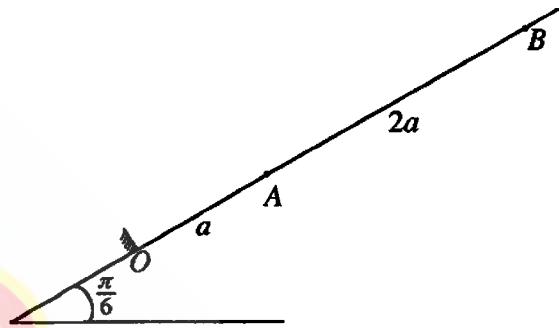
(b) රුපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි සුමට සිහින් $ABCDE$ බටයක් සිරස් කළයක සවිකර ඇත. දීග $2\sqrt{3}a$ වූ AB කොටස සැපු වන අතර එය B හි දී අරය $2a$ වූ $BCDE$ වෘත්තාකාර කොටසට ස්ථැපක වේ. A හා E අන්ත O කේත්දයට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවත් A හි දී බටය තුළ තබා නිය්වලතාවයේ සිට සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. \overrightarrow{OA} සමග $\theta \left(\frac{\pi}{3} < \theta < 2\pi \right)$ කෝණයක් \overrightarrow{OP} සාදන විට P අංශුවේ වේගය, v යන්න, $v^2 = 4ga(2 - \cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේ දී P අංශුව මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

P අංශුව A සිට B දක්වා වලිනයේ දී එය මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

P අංශුව B පසු කරන විට P අංශුව මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ක්ෂේකව වෙනස් වන බව පෙන්වන්න.



13. සිරසට $\frac{\pi}{6}$ කෝණයකින් ආනත සුමට අවල කළයක උපරිම බැඳුම් රේඛාවක් මත $OA = a$ හා $AB = 2a$ වන පරිදි O පහළම ලක්ෂ්‍ය ලෙස ඇතිව O , A හා B ලක්ෂ්‍ය එම පිළිවෙළින් පිහිටා ඇත. ස්වාභාවික දීග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථාපන මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථාපනය එදා ඇති අතර අනෙක් කෙළවරක් O ලක්ෂ්‍යයට ඇදා ඇති අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවත් ඇදා ඇති. P අංශුව B ලක්ෂ්‍යය කරා ලැයා වන තෙක් තහනුව OAB රේඛාව දීගේ අදිනු ලැබේ. ඉන්පසු P අංශුව නිය්වලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. B සිට A දක්වා P හි වලින සම්කරණය, $0 \leq x \leq 2a$ සඳහා, $\ddot{x} + \frac{g}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $AP = x$ වේ.



$y = x + \frac{a}{2}$ යැයි ගෙන ඉහත වලින සම්කරණය $\frac{a}{2} \leq y \leq \frac{\sqrt{3}a}{2}$ සඳහා $\ddot{y} + \omega^2 y = 0$ ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න; මෙහි $y = \sqrt{\frac{g}{a}} \sin(\omega t)$ වේ.

ඉහත සරල අනුවර්ති වලිනයේ කේත්දය සොයා $\ddot{y}^2 = \omega^2(c^2 - y^2)$ සුතුය හාවිතයෙන්, c විස්තාරය හා A වෙත ලැයා වන විට P හි ප්‍රවේශය සොයන්න.

O වෙත ලැයා වන විට P හි ප්‍රවේශය $\sqrt{7ga}$ බව පෙන්වන්න.

B සිට O දක්වා වලනය වීමට P මගින් ගනු ලබන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g} \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{1}{5} \right) + 2k \right\}}$ බවන් පෙන්වන්න; මෙහි $k = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ වේ.

P අංශුව O වෙත ලැයා වන විට, කළයට ලම්බව O හි සවිකර ඇති සුමට බාජකයක් හා එය ගැවෙයි. බාජකය හා P අතර ප්‍රත්‍යාග්‍ය ප්‍රත්‍යාග්‍ය e වේ. $0 < e \leq \frac{1}{\sqrt{7}}$ නම්, පසුව සිදු වන P හි වලිනය සරල අනුවර්ති නොවන බව පෙන්වන්න.

14. (a) $OACB$ යනු සමාන්තරාස්‍යයක් යැයි ද D යනු AC මත $AD : DC = 2 : 1$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. O අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම දෙකින පිළිවෙළින් λa හා b වේ; මෙහි $\lambda > 0$ වේ. \overrightarrow{OC} හා \overrightarrow{BD} දෙකින, a , b හා λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

දැන්, \overrightarrow{OC} යන්න \overrightarrow{BD} ට ලම්බ වේ යැයි ගනිමු. $3|a|^2 \lambda^2 + 2(a \cdot b)\lambda - |b|^2 = 0$ බව පෙන්වා $|a| = |b|$ හා $A \hat{O} B = \frac{\pi}{3}$ නම්, λ හි අගය සොයන්න.

- (b) වෙනස්දය O හා පැත්තක දිග $2a$ වූ $ABCDEF$ සුවිධි අඩුප්‍රයක තලයෙහි වූ බල තුනකින් පද්ධතියක් සමන්වීමේ වේ. මූලය O හි ද Ox -අක්ෂය \overrightarrow{OB} දිගේ ද Oy -අක්ෂය \overrightarrow{OH} දිගේ ද ඇතිව බල හා ඒවායේ ක්‍රියා ලක්ෂණ, සුපුරුදු අන්තරායන්, පහත වගුවේ දක්වා ඇත; මෙහි H යනු CD හි මධ්‍ය ලක්ෂණය වේ.

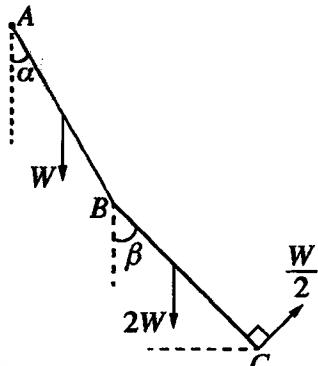
මුද්‍ය ලක්ෂණය	පිහිටුව දෙශීකනය	බලය
A	$a\mathbf{i} - \sqrt{3}a\mathbf{j}$	$3P\mathbf{i} + \sqrt{3}P\mathbf{j}$
C	$a\mathbf{i} + \sqrt{3}a\mathbf{j}$	$-3P\mathbf{i} + \sqrt{3}P\mathbf{j}$
E	$-2a\mathbf{i}$	$-2\sqrt{3}P\mathbf{j}$

පද්ධතිය යුත්මයකට කුලන වන බව පෙන්වා, යුත්මයේ සුරූණය සොයන්න.

දැන්, \overrightarrow{FE} දිගේ ක්‍රියා කරන වියාලත්වය $6P\ N$ වූ අතිරේක බලයක් මෙම පද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය උග්‍රහනය වන තනි බලයේ වියාලත්වය, දිගාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

- 15.(a) එක එකක දිග $2a$ වූ AB හා BC ඒකාකාර දැඩි දෙකක් B හි දී සුම්මට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB දැන්වේ බර W ද BC දැන්වේ බර $2W$ ද වේ. A කෙළවර අවල ලක්ෂණකට සුම්මට ලෙස අසව් කර ඇත. AB හා BC දැඩි යටි අත් සිරස සමඟ පිළිවෙළින් α හා β කොළඹ සාදුමින් මෙම පද්ධතිය සිරස් තෙලෙක සමතුලිතකාවගේ තබා ඇත්තේ, C හි දී රුපයේ පෙන්වා ඇති BC ව ලම්බ දියාව මස්සේ යෝදු $\frac{W}{2}$ බලයක් මගිනි. $\beta = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වා, B සන්ධියේ දී AB දැන්වි මගින් BC දැන්වි මත යොදන ප්‍රතික්‍රියාවෙහි තිරස හා සිරස සංරචක සෞයන්න.

$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{9}$ බවත් පෙන්වන්න.



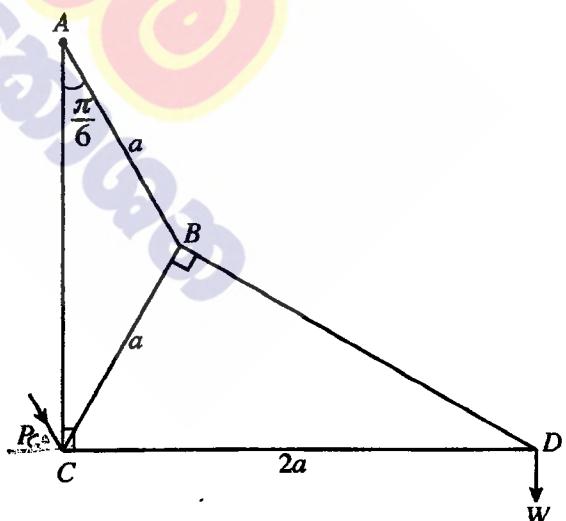
- (b) රුපයෙහි පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල ජ්වායේ කෙළවරවල දී සූම්ට ලෙස සන්ධි කළ AB , BC , BD , DC හා AC සැකැල්ල දැඩි පෙන්වන්න සමත්වන වේ.

මෙහි $AB = CB = a$ දී $CD = 2a$ දී $B\hat{A}C = \frac{\pi}{6}$ දී බව දී ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී අවල ලක්ෂණයකට සූමට ගෙස අසවි කර ඇත. D සන්ධියේදී W හාරයක් එල්ලා, AC සිරස්ව දී CD තිරස්ව දී ඇතිව සිරස් තලයක රාමු සැකිල්ල සමඟිලිව තබා ඇත්තේ C සන්ධියේදී AB ද්‍රණිව සම්බන්ධරව රුපයේ පෙන්වා ඇති දියාවට යොදු P බලයක් මගිනි. බෝරු අංකනය හාවිතයෙන් D, B හා C සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාඛල සටහනක් ඇදින්න.

ජ්‍යෙෂ්ඨ නැව්‍ය,

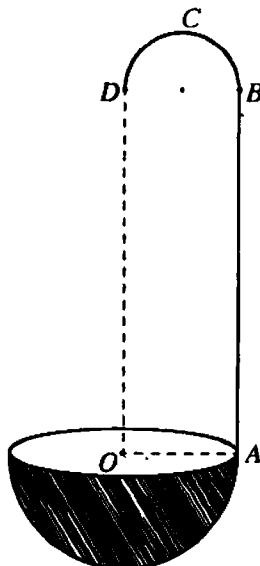
- (i) ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාය කරමින් දඩු පහේම ප්‍රතිඵල් බව, හා

(ii) P හි අගය



16. (i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අරධ වෘත්තාකාර කම්බියක ස්කන්දය කේන්දුයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.
- (ii) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අරධ ගෝලාකාර කබොලක ස්කන්දය කේන්දුයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

කේන්දුය O හා අරය $2a$ වූ තුනී ඒකාකාර අරධ ගෝලාකාර කබොලකට රැපයේ දැක්වෙන පරිදි දිග $2\pi a$ වූ AB සාපුරු තොටසකින් ද BD විෂ්කම්භය AB ව ලමිඛ වන පරිදි, අරය a වූ BCD අරධ වෘත්තාකාර තොටසකින් ද සමන්විත ඒකාකාර කම්බියකින් සාදනු ලැබූ $ABCD$ තුනී මිටත් දැඩ් ලෙස සවි තිරිමෙන් හැන්දක් සාදා ඇත. A ලක්ෂාය අරධ ගෝලයේ ගැටුව මත ඇති අතර OA යන්න AB ව ලමිඛ ද OD යන්න AB ව සමාන්තර ද වේ. තව ද BCD යන්න $OABD$ හි කළයේ පිහිටා ඇත. අරධ ගෝලයේ ඒකක වර්ගජලයක ස්කන්දය ර ද මිටි ඒකක දිගක ස්කන්දය $\frac{a\sigma}{2}$ ද වේ. හැන්දේ ස්කන්දය කේන්දුය, OA සිට පහළට $\frac{2}{19\pi}(8\pi - 2\pi^2 - 1)a$ දුරකින් ද O හා D හරහා යන රේඛාවේ සිට $\frac{5}{19}a$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රඹ තිරස මෙසයක් මත, අරධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය එය ස්පර්ශ කරමින්, හැන්ද තබා ඇත. අරධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය හා මෙසය අතර සර්ණ සංදුනකය $\frac{1}{7}$ කි. AO දිකාවට A හි දි යොදනු ලබන තිරස බලයක් මගින් OD සිරස්ව ඇතිව හැන්ද සම්බුද්ධිතතාවයේ තැබිය හැකි බව පෙන්වන්න.

17. (a) ආරම්භයේදී එක එකක් සුදු පාට හෝ කථ පාට වූ, පාටින් හැර අන් සැම අපුරකින්ම සමාන බේල 3 ක් පෙට්ටියක අඩංගු වේ. දත්, පාටින් හැර අන් සැම අපුරකින්ම පෙට්ටියේ ඇති බේලවලට සමාන සුදු පාට බේලයක් පෙට්ටිය තුළට දමා ඉන්පසු සහමිහාවේ ලෙස බේලයක් පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. පෙට්ටියේ ඇති බේලවල ආරම්භක සංපුන් හතර සම සේ හවා වේ යැයි උපකළුපනය කරමින්,
- ඉවතට ගත් බේලය සුදු පාට එකක් වීමේ,
 - ඉවතට ගත් බේලය සුදු පාට එකක් බව දී ඇති විට ආරම්භයේදී පෙට්ටිය තුළ හරියටම කථ පාට බේල 2 ක් තිබීමේ,
- සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (b) μ හා σ යනු පිළිවෙළින් $\{x_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ අගයන් කුලකයේ මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය යැයි ගතිම්. $\{\alpha x_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ අගයන් කුලකයේ මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න; මෙහි α යනු නියතයකි.

එක්තරා සමාගමක සේවකයින් 50 දෙනාකුගේ මාසික වැටුප් පහත විශ්වාස සාරාංශගත කර ඇත:

මාධික වැටුප (රැඹියල් දැන් රේවාපින්)	සේවකයින් ගණන
5 – 15	9
15 – 25	11
25 – 35	14
35 – 45	10
45 – 55	6

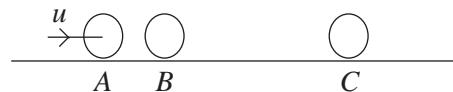
සේවකයින් 50 දෙනාගේ මාසික වැටුප්වල මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

වසරක ආරම්භයේදී එක් සේවකයාගේ මාසික වැටුප $p\%$ වලින් වැඩි කරනු ලැබේ. ඉහත සේවකයින් 50 දෙනාගේ නව මාසික වැටුප්වල මධ්‍යනාය රුපියල 29 172 බව දී ඇත. p හි අගය හා සේවකයින් 50 දෙනාගේ නව මාසික වැටුප්වල සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

1. එක එකක ස්කන්ධය m වූ A, B හා C අංශු තුනක් එම පිළිවෙළින්, සුම්ව තිරස් මේසයක් මත සරල රේඛාවක තබා ඇත. A අංශුවට u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන්නේ එය B අංශුව සමග සරල ලෙස ගැටෙන පරිදි ය. A අංශුව සමග ගැටුන පසු, B අංශුව වලනය වී C අංශුව සමග සරල ලෙස ගැටේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංශ්‍යාකය e වේ. පළමු ගැටුමෙන් පසුව B හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

B හා C අතර ප්‍රත්‍යාගති සංශ්‍යාකය ද e වේ. B සමග ගැටුමෙන් පසුව C හි ප්‍රවේගය උගා දක්වන්න.

$$I = \Delta(mv) \text{ යෙදීමෙන්}$$



A හා B සඳහා (පළමු ගැටුමට) $\rightarrow :$

$$0 = mv + mw - mu \quad (5)$$

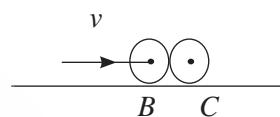
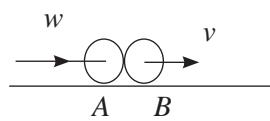
$$\Rightarrow v + w = u \quad (i)$$

නිවිතන් ප්‍රත්‍යාගති නියමය :

$$v - w = eu \quad (ii) \quad (5)$$

$$\therefore (i) + (ii) \Rightarrow v = \frac{(1+e)}{2} u \quad (5)$$

$$\therefore \text{පළමු ගැටුමට පසුව } B \text{ හි ප්‍රවේගය} = \frac{1}{2}(1+e)u.$$



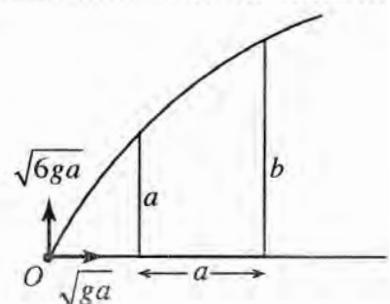
$$v \text{ මගින් } u \text{ ප්‍රත්‍යාගත්‍ය කිරීමෙන්, } B \text{ සමග ගැටුමට පසුව } C \text{ හි ප්‍රවේගය} = \frac{1}{2}(1+e)v \quad (5)$$

$$= \frac{1}{4}(1+e)^2 u \quad (5)$$

25

2. තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙළින් \sqrt{ga} හා $\sqrt{6ga}$ සහිත ප්‍රවේශයකින් තිරස් ගෙවීමක් මත වූ O ලක්ෂණයක සිට අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. රුපයේ දැක්වෙන පරිදි, එකිනෙකට a තිරස් දුරකින් පිහිටි උස a හා b වූ සිරස් තාප්ප දෙකකට යාන්තමින් ඉහළින් අංශුව යයි. උස a වූ තාප්පය පසු කරන විට අංශුවේ ප්‍රවේශයකි සිරස් සංරචකය $2\sqrt{ga}$ බව පෙන්වන්න.

$$b = \frac{5a}{2} \text{ බව කවදුරටත් පෙන්වන්න.}$$



අංශුව, උස a වූ තාප්පය පසුකර යනවිට, එහි සිරස් ප්‍රවේශ සංරචකය v යැයි සිතමු.

$$O \text{ සිට } A \text{ දක්වා, } v^2 = u^2 + 2as :$$

$$v^2 = 6ga - 2g \cdot a = 4ga \quad (5)$$

$$\therefore v = 2\sqrt{ga} \quad (5)$$

අමතර T කාලයකට පසුව එය දෙවන බිත්තිය

පසුකර යයි නම්,

$$A \text{ සිට } B \text{ දක්වා } s = ut + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \text{හා } \uparrow, \text{ යෙදීමෙන්}$$

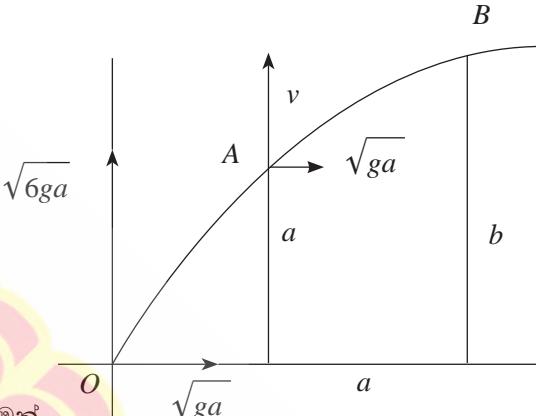
$$a = \sqrt{ga} \cdot T, \quad (5)$$

$$\text{හා } b - a = 2\sqrt{ga} \cdot T - \frac{1}{2}gT^2 \quad (5)$$

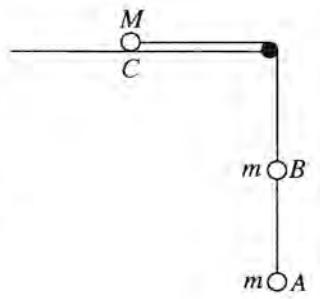
$$T \text{ ඉවත් කිරීමෙන්, } b - a = 2\sqrt{ga} \cdot \sqrt{\frac{a}{g}} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{a}{g}$$

$$\therefore b = a + 2a - \frac{a}{2}$$

$$\text{එනම්, } b = \frac{5a}{2} \quad (5)$$



3. රුපයෙහි A, B හා C යනු ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m , m හා M වූ අංශ වේ. A හා B අංශ සහැල්ලු අවිතනය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. සුම්ට තිරස් මේසයක් මත වූ C අංශව, මේසයේ දාරයට සවිකර ඇති සුම්ට කුඩා කජ්පියක් මතින් යන තවත් සහැල්ලු අවිතනය තන්තුවකින් B ට ඇදා ඇත. අංශ හා තන්තු සියල්ලම එකම සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තු නොබුරුල්ව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලකාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. A හා B යා කරන තන්තුවේ ආතනිය නිරීණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සම්කරණ ලියා දක්වන්න.



$$F = ma \quad \text{යෙදීමෙන්}$$

$$A \text{ සඳහා} \downarrow mg - T = mf \quad (5)$$

$$B \text{ සඳහා} \downarrow T + mg - T_1 = mf, \quad (5)$$

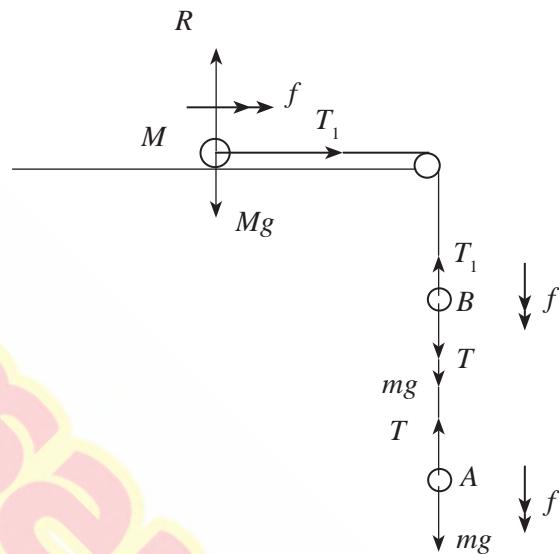
$$C \text{ සඳහා} \rightarrow T_1 = Mf \quad (5)$$

එල

(5)

ත්වරණ

(5)



25

4. සේකන්දය $M \text{ kg}$ හා $P \text{ kW}$ නියත ජවයකින් යුත් කාරයක් තිරසට α කේංසයකින් ආනන සූපු මාර්ගයක් දිගේ පහළට වලනය වේ. එහි වලිනයට $R (> Mg \sin \alpha)$ N නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එක්තරා මොහොතක දී කාරයේ ත්වරණය $a \text{ ms}^{-2}$ වේ. මෙම මොහොතේ දී කාරයේ ප්‍රවේශය සොයන්න.

මාර්ගය දිගේ පහළට කාරයට වලනය විය හැකි නියත වේය $\frac{1000P}{R - Mg \sin \alpha}$ ms^{-1} බව අපෝහනය කරන්න.

කාරයෙහි වේගය $v \text{ ms}^{-1}$ වන විට,

$$\text{ප්‍රකර්ෂණ බලය } F = \frac{1000 P}{v} \quad (5)$$

ත්වරණය $a \text{ ms}^{-2}$ වන මොහොතේ දී

$F = ma$ යෙදීමෙන්

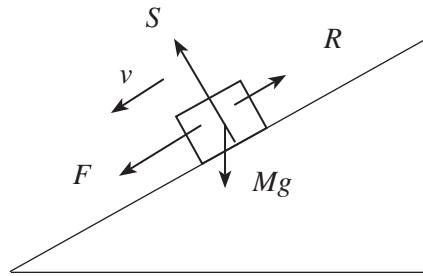
$$\downarrow F + Mg \sin \alpha - R = Ma. \quad (10)$$

$$\Rightarrow \frac{1000 P}{v} + Mg \sin \alpha - R = Ma$$

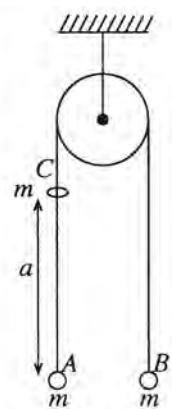
$$\therefore v = \frac{1000 P}{R - Mg \sin \alpha + Ma} \quad (5)$$

කාරය නියත වේගයෙන් වලනය වන විට $a = 0$ වන අතර නියත වේගයේ අගය

$$v = \frac{1000 P}{R - Mg \sin \alpha} . \quad (5)$$



5. එක එකක ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශ දෙකක්, අවල පුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ල අවිනත් තන්තුවක දෙකෙලවරට ඇදා සමතුලිතකාවයේ එල්ලෙයි. A ට සිරස්ව a දුරක් ඉහළින් වූ ලක්ෂ්‍යකින් නිශ්චලකාවයේ සිට මුදා හරින ලද ස්කන්ධය m ම වූ C කුඩා පබුද්වක් ගුරුත්වය යටතේ තිදිහසේ වලනය වී A සමග ගැටී හා වේ. (රුපය බලන්න.) A හා C අතර ගැටුම සිදු වන මොහොතේ දී තන්තුවේ ආවේගය ද ඉහත ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු B ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය ද නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සම්කරණ උගා දක්වන්න.



$$v^2 = u^2 + 2as \downarrow \text{යෙදීමෙන්,}$$

$$a \text{ දුරක් වැටීමේදී } C \text{ ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය } u = \sqrt{2ga} \quad (5)$$

C හා A ගැටෙන මොහොතේදී තන්තුවේ ආවේගය J යැයිද,

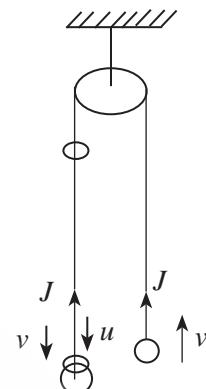
ගැටුමට මොහොතකට පසුව B හි ප්‍රවේගය v යැයිද ගනිමු.

$$\text{එවිට, } I = \Delta(mv) \text{ යෙදීමෙන්}$$

$$B \text{ සඳහා } \uparrow \quad J = mv. \quad (5)$$

$$A \text{ හා } C \text{ සඳහා } \downarrow \quad -J = (m+m)v - mu. \quad (10)$$

$$\text{එනම් } -J = 2mv - m\sqrt{2ga}.$$



$$(5) \quad v \text{ සඳහා}$$

25

6. සුපුරුදු අංකතයෙන්, O අවල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂණ දෙකක පිහිටුම් දෙයින් පිළිවෙළින් $2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i} - \mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. $\hat{AO}C = \hat{AO}D = \frac{\pi}{2}$ හා $OC = OD = \frac{1}{3}AB$ වන පරිදි වූ C හා D ප්‍රහිත්න ලක්ෂණ දෙකකි පිහිටුම් දෙයින් සොයන්න.

සටහන :

$$\vec{OA} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$$

$$\vec{OB} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j}$$

$$\therefore \vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$$

$$= -(2\mathbf{i} + \mathbf{j}) + (3\mathbf{i} - \mathbf{j})$$

$$= \mathbf{i} - 2\mathbf{j} \quad (5)$$

$$\therefore AB = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$\vec{OC} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \text{ යැයි ගනිමු.}$$

$$\vec{OA} \perp \vec{OC} \text{ නිසා, } (2\mathbf{i} + \mathbf{j}) \cdot (x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) = 0$$

$$\therefore y = -2x \quad (5)$$

$$OC = \frac{1}{3}AB \text{ නිසා, } \sqrt{x^2 + 4x^2} = \frac{1}{3}\sqrt{5} \quad (5)$$

$$\therefore x^2 = \frac{1}{9}.$$

මෙම සම්කරණ D හි බණ්ඩාක සඳහා ද වලංගු වේ.

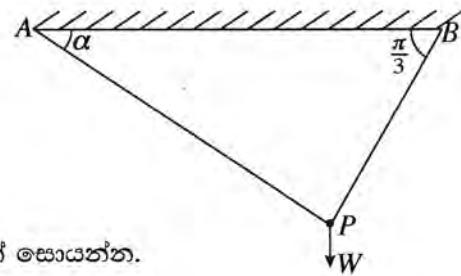
$$\text{එම නිසා, } x = \pm \frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \quad (5) \quad (5)$$

එම නිසා, C හා D හි පිහිටුම් දෙයින් වන්නේ, $\frac{1}{3}\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j}$ හා $-\frac{1}{3}\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{j}$ වේ.

7. තිරස සමග පිළිවෙළින් α හා $\frac{\pi}{3}$ කේත් සාදන AP හා BP සැහැල්ල අවිතනය තන්තු දෙකක් මගින් තිරස් සිවිලීමකින් එල්ලා ඇති බර W වූ P අංශුවක්, රුපයේ දැක්වෙන පරිදි සම්බුද්ධිතාවයේ පවතී. AP තන්තුවේ ආකතිය, W හා α ඇසුරෙන් සොයන්න.

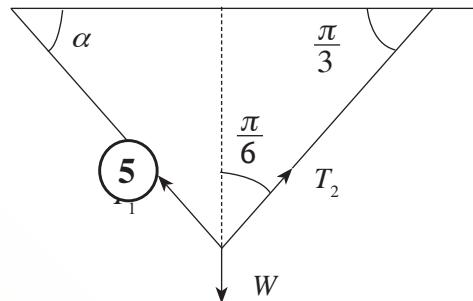
ඊ නියිත, මෙම ආකතියේ අවම අගයත් එයට අනුරූප α හා අගයත් සොයන්න.



ලාංච් ප්‍රමෝයයෙන්,

$$\frac{T_1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{W}{\sin (\frac{\pi}{2} - \alpha + \frac{\pi}{6})} \cdot \textcircled{10}$$

$$\therefore T_1 = \frac{W}{2 \sin (\frac{\pi}{3} + \alpha)} \cdot \textcircled{5}$$

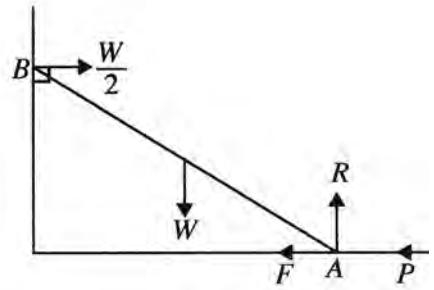


එම නිසා AP හා T_1 ආකතියේ අවම අගය $= \frac{W}{2}$ වන අතර, T_1 හා T_2 අවමයට අනුරූප α හා $\frac{\pi}{6}$ වේ.

5

25

8. දිග $2a$ හා බර W වූ ඒකාකාර AB දීන්ඩ් එහි A කෙළවර රාලි තිරස් ගෙවීමක් මත ද B කෙළවර සුම්ට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව ද තබා ඇත. බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක දීන්ඩ් සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A කෙළවරේ දී බිත්තිය දෙසට යෙදු විශාලත්වය P වන තිරස් බලයක් මගිනි. රුපයේ F හා R මගින් පිළිවෙළින් A හි දී සර්ථක බලය හා අනිලම්බ ප්‍රතිත්ව්‍යාව දක්වා ඇත. B හි දී බිත්තිය මගින් ඇති කරන ප්‍රතිත්ව්‍යාව, රුපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි $\frac{W}{2}$ දී දීන්ඩ් හා ගෙවීම අතර සර්ථක සංගුණකය $\frac{1}{4}$ දී නම්, $\frac{W}{4} \leq P \leq \frac{3W}{4}$ බව පෙන්වන්න.



දීන්ඩ් සමතුලිතතාව සඳහා

$$\text{විශේදනයෙන් } \uparrow R - W = 0. \quad (5)$$

$$\leftarrow P + F - \frac{W}{2} = 0. \quad (5)$$

$$\therefore F = \frac{W}{2} - P \quad (5)$$

$$\therefore |F| \leq \mu R$$

$$(5)$$

$$\left| \frac{W}{2} - P \right| \leq \frac{1}{4} W$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} W \leq \frac{W}{2} - P \leq \frac{1}{4} W$$

$$\Rightarrow \frac{W}{4} \leq P \leq \frac{3W}{4} \quad (5)$$

9. A හා B යනු ගැනීමේ අවකාශයක සිද්ධී දෙකක් යැයි ගනිමු. සූපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$ හා $P(A' \cap B) = \frac{1}{10}$ බව දී ඇත. $P(B)$ හා $P(A' \cap B')$ සොයන්න; මෙහි A' හා B' වලින් පිළිවෙළින් A හා B හි අනුශ්‍රාරක සිද්ධී දැක්වේ.

$$P(B) = P((A \cap B) \cup (A' \cap B)) = P(A \cap B) + P(A' \cap B) \quad (5)$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{1}{10}.$$

$$\therefore P(B) = \frac{1}{2}. \quad (5)$$

**PADANAMA
PUBLICATION**

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)')$$

$$= 1 - P(A \cup B) \quad (5)$$

$$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \quad (5)$$

$$= 1 - [\frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{2}{5}]$$

$$= 1 - \frac{7}{10}$$

$$\therefore P(A' \cap B') = \frac{3}{10} \quad (5)$$

25

10. එක එකක් 5 ව අඩු බන නිඩිල පහකට මාතයන් දෙකක් ඇති අතර ඉන් එකක් 3 වේ. ඒවායේ මධ්‍යන්යය හා මධ්‍යස්ථිය යන දෙකම 3 ව සමාන වේ. මෙම නිඩිල පහ සොයන්න.

මධ්‍යස්ථිය = 3 හා ප්‍ර්‍රාග්‍රීන්හා මාත දෙකක් සහිතව පහට අඩු සංඛ්‍යා පහක්, ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කළ විට පහත දැක්වෙන ආකාර දෙකකි.

$$a, a, 3, 3, 4 \quad (5)$$

$$b, 3, 3, 4, 4 \quad (5)$$

මධ්‍යන්යය 3 බැවින් ඒවායේ එළිකායය 15 වේ.

$$\text{එම්බිට } 2a + 10 = 15; a = \frac{5}{2}, \# \quad (5)$$

$$\text{නො } b + 14 = 15; b = 1. \quad (5)$$

$$\therefore \text{ සංඛ්‍යා පහ වන්නේ } 1, 3, 3, 4, 4 \quad (5)$$

25

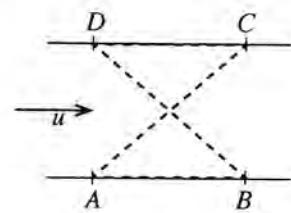
11.(a) P හා Q මෝටර් රථ දෙකක් සංස්කීර්ණ පාරත් දිගේ නියත ත්වරණ සහිතව එකම දිගාවකට වලනය වේ. කාලය $t = 0$ හි දී P හි ප්‍රවේශය $u \text{ ms}^{-1}$ දී Q හි ප්‍රවේශය $(u + 9) \text{ ms}^{-1}$ දී වේ. P හි නියත ත්වරණය $f \text{ ms}^{-2}$ දී Q හි නියත ත්වරණය $\left(f + \frac{1}{10}\right) \text{ ms}^{-2}$ දී වේ.

- (i) $t \geq 0$ සඳහා P හා Q හි වලිනවලට, එකම රුපයක හා
- (ii) $t \geq 0$ සඳහා P ට සාපේක්ෂව Q හි වලිනයට, වෙනම රුපයක,

ප්‍රවේශ-කාල වකුවල දළ සටහන් අදින්න.

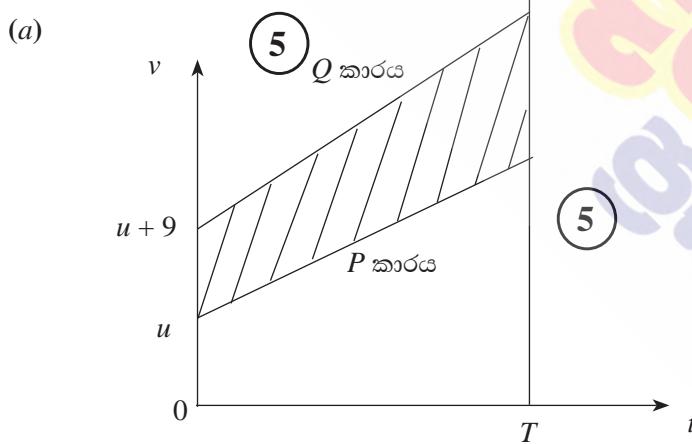
කාලය $t = 0$ හි දී P මෝටර් රථය Q මෝටර් රථයට වඩා ජිටර 200 ක් ඉදිරියෙන් සිටි බව තවදුරටත් දී ඇත. P පසුකර යුතුමට Q මිගින් ගනු ලබන කාලය සෞයන්න.

(b) සමාන්තර සංස්කීර්ණ සහිත පළල a වූ ගෙනක් u ඒකාකාර ප්‍රවේශයෙන් ගලයි. රුපයකි, A, B, C හා D යන ඉවුරු මත මූල්‍ය සමවතුරුපායක සිරුත වේ. ජලයට සාපේක්ෂව නියත $v (> u)$ වේගයෙන් වලනය වන B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකක් එකම මොහොතක A සිට ඒවායේ ගමන් ආරම්භ කරයි. B_1 බෝට්ටුව පළමුව \overrightarrow{AC} දිගේ C වෙත ගොස් ඉන්පසු \overrightarrow{CD} දිගාවට ගෙ දිගේ ඉහළට D වෙත යයි. B_2 බෝට්ටුව පළමුව \overrightarrow{AB} දිගාවට ගෙ දිගේ පහළට B වෙත ගොස් ඉන්පසු \overrightarrow{BD} දිගේ D වෙත යයි. එකම රුපයක, B_1 හි A සිට C දක්වා ද B_2 හි B සිට D දක්වා ද වලින සඳහා ප්‍රවේශ ත්වරණවල දළ සටහන් අදින්න.

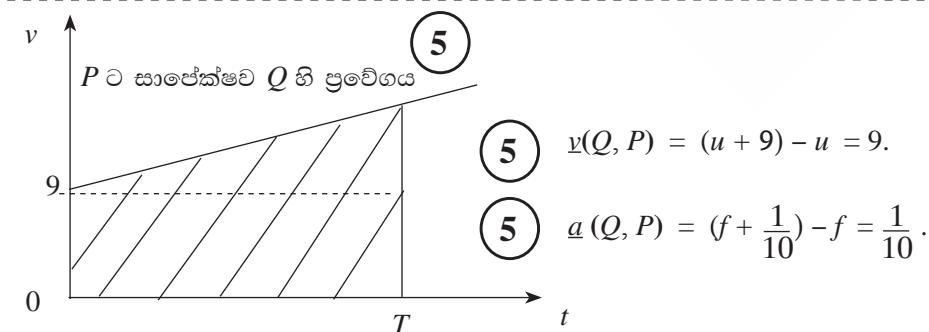


එ නයින, A සිට C දක්වා වලිනයේ දී B_1 බෝට්ටුවේ වේගය $\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2v^2 - u^2} + u)$ බව පෙන්වා B සිට D දක්වා වලිනයේ දී B_2 බෝට්ටුවේ වේගය සෞයන්න.

B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකම එකම මොහොතක දී D වෙත ලැබා වන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.



10



15

$t = 0$ වේලාවේ දී, P කාරයට 200m ඉදිරියෙන් Q ඇත.

අදුරු කළ කොටසෙහි වර්ගීලය (ප්‍රස්තාර දෙකෙන් ඕනෑම එකක) = 200. (5)

P පසුකර යැමට ගන්නා කාලය T යැයි ගනිමු.

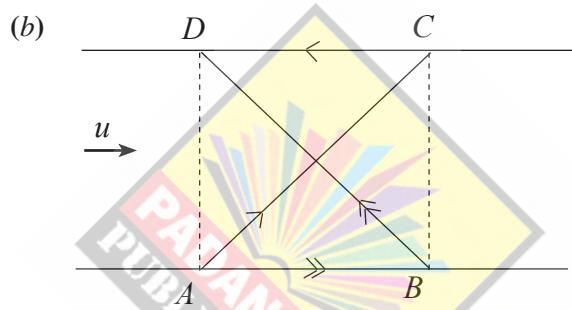
$$\therefore \frac{1}{2} T (9 + 9 + \frac{1}{10} T) = 200 \quad (5)$$

$$\Rightarrow T^2 + 180T - 4000 = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow (T - 20)(T + 200) = 0$$

$$T > 0 \text{ බේවින්, } T = 20. \quad (5)$$

25



සටහන

$$\mathbf{V}(B_1, E) = \begin{array}{c} \nearrow \\ \angle \end{array} \frac{\pi}{4}, \quad (5)$$

$$\mathbf{V}(B_2, E) = \begin{array}{c} \nearrow \\ \angle \end{array} \frac{\pi}{4} \quad (5)$$

$$\mathbf{V}(W, E) = \rightarrow u, \quad (5)$$

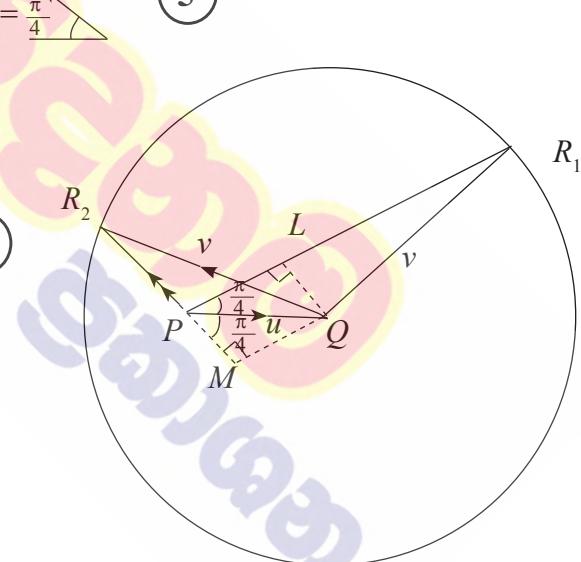
$$\mathbf{V}(B_i, W) = v, \text{ for } i = 1, 2.$$

$$\mathbf{V}(B_i, E) = \mathbf{V}(B_i, W) + \mathbf{V}(W, E) \quad (10)$$

$$= \mathbf{V}(W, E) + \mathbf{V}(B_i, W)$$

$$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}_i \quad i = 1, 2$$

$$= \overrightarrow{PR}_i, \quad i = 1, 2$$



(15) + (15)

55

PQR_1 තිකෙන්ණයේ,

$$PR_1 = PL + LR_1$$

$$= \frac{u}{\sqrt{2}} + \sqrt{v^2 - \left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{2v^2 - u^2} + u \right] \quad (10)$$

$$A \text{ සිට } C \text{ දක්වා } B_1 \text{ හි වෙයෙනු } \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{2v^2 - u^2} + u \right)$$

PQR_2 විකෝණයේ,

$$\begin{aligned} PR_2 &= MR_2 - MP = \sqrt{v^2 - \left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{u}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{2v^2 - u^2} - u \right) \end{aligned} \quad (10)$$

20

A සිට C දක්වා \vec{AC} දීගේ වලනය වීමට හා ර්ලගට C සිට D දක්වා \vec{CD} දීගේ වලනය වීමට B_1

ගන්නා කාලය වන්නේ

$$T_1 = \frac{a\sqrt{2}}{PR_1} + \frac{a}{v-u} \cdot (5)$$

A සිට B දක්වා \vec{AB} දීගේ වලනය වීමට හා ර්ලගට B සිට D දක්වා \vec{BD} දීගේ වලනය වීමට B_2

ගන්නා කාලය වන්නේ

$$T_2 = \frac{a}{v+u} + \frac{a\sqrt{2}}{PR_2} \quad (5)$$

$$T_2 - T_1 = a\sqrt{2} \left(\frac{1}{PR_2} - \frac{1}{PR_1} \right) - a \left(\frac{1}{v-u} - \frac{1}{v+u} \right) \quad (5)$$

$$= a\sqrt{2} \left(\frac{PR_1 - PR_2}{PR_1 \cdot PR_2} \right) - \frac{2au}{v^2 - u^2}$$

$$= \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}u}{\frac{1}{2}[(2v^2 - u^2) - u^2]} - \frac{2au}{v^2 - u^2} \quad (5)$$

$$= \frac{2au}{v^2 - u^2} - \frac{2au}{v^2 - u^2}$$

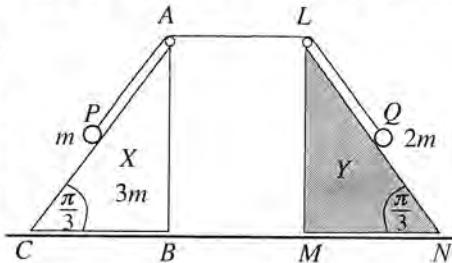
$$= 0. \quad (5)$$

එම නිසා, B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකම එකම මොහොතේ D වෙත ලැබා වේ.

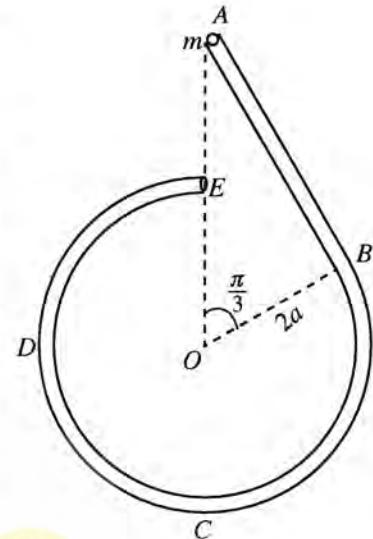
25

12.(a) රුපයේහි ABC හා LNM නිකෝණ, $A\hat{C}B = L\hat{N}M = \frac{\pi}{3}$ හා $A\hat{B}C = L\hat{M}N = \frac{\pi}{2}$ සූ BC හා MN අඩංගු

මුහුණ් සුම්ට තිරස් ගෙවීමක් මත තබන ලද පිළිවෙළින් X හා Y සරවසම සුම්ට ඒකාකාර කුණ්කු දෙකක ගුරුත්ව කේත්ද තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. ස්කන්ධය $3m$ වූ X කුණ්කුය ගෙවීම මත වලනය වීමට නිදහස් වන අතර Y කුණ්කුය අවලව තබා ඇත. AC හා LN රේබා අදාළ මුහුණ්වල උපරිම බැවුම රේබා වේ. A හා L හි සවිකර ඇති සුම්ට කුඩා කේප දෙකක් මතින් යන සැහැල්පු අවශ්‍යතාව තන්තුවක දෙකෙළවර ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වූ P හා Q අංශ දෙකකට ඇදා ඇත. රුපයේ පරිදි ආරම්භක පිහිටීමේ දී, තන්තුව නොවුරුල්ව හා $AP = AL = LQ = a$ වන ලෙස P හා Q අංශ පිළිවෙළින් AC හා LN මත අංශවා තබා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලනාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. Y වෙත යාමට X ගනු ලබන කාලය, a හා g ඇපුරෙන් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සම්කරණ ලබා ගන්න.

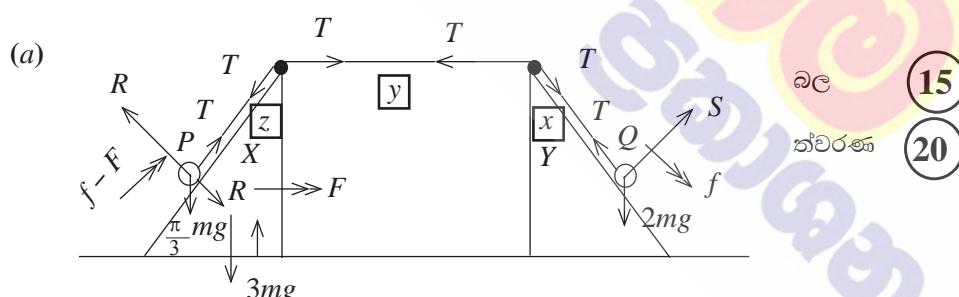


(b) රුපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි සූමට සිහින් $ABCDE$ බටයක් සිරස් තලයක සවිකර ඇත. දිග $2\sqrt{3}a$ වූ AB කොටස සාජ් වන අතර එය B හි දී අරය $2a$ වූ $BCDE$ වෘත්තාකාර කොටසට ස්ථැපිත වේ. A හා E අන්ත O කේත්දෙයට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A හි දී බටය තුළ තබා නිශ්චලනාවයේ සිට සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. \overrightarrow{OA} සමග $\theta \left(\frac{\pi}{3} < \theta < 2\pi \right)$ කේත්යක් \overrightarrow{OP} සාදන විට P අංශුවේ වේගය, v යන්න, $v^2 = 4ga(2 - \cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේ දී P අංශුව මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



P අංශුව *A* සිට *B* දක්වා වලිනයේදී එය මත බෙතයෙන් ඇති කරන ප්‍රතිඵියාව ද සොයන්න.

P අංශුව *B* පසු කරන විට *P* අංශුව මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ක්ෂේකව වෙනස් වන බව පෙන්වන්න.



$$\begin{aligned}
 \text{Acc of } (X, E) &= \rightarrow\rightarrow F & x + y + z \text{ நியநயகி.} \\
 \text{Acc of } (Q, E) &= \frac{\pi}{3}, \quad (\because Y \text{ அவல் நியூ}) & \Rightarrow \ddot{x} + \ddot{y} + \ddot{z} = 0 \\
 \text{Acc of } (P, X) &= f - F & \Rightarrow -\ddot{z} = \ddot{x} - (-\ddot{y}) \\
 \therefore \text{Acc of } (P, E) &= \rightarrow\rightarrow F + \frac{\pi}{3} & = f - F
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

P අංශවට *X* හි වලිතය සඳහා ;

$$\rightarrow T = 3mF + m(F + \frac{f-F}{2}) \quad 15$$

$$\begin{array}{l} \text{Diagram: A right-angled triangle with one angle } \frac{\pi}{3} \text{ at the top-left vertex.} \\ T - mg \sqrt{3} = m(f - F + \frac{F}{2}) \quad \textcircled{10} \end{array}$$

Q හි වලිනය සඳහා :

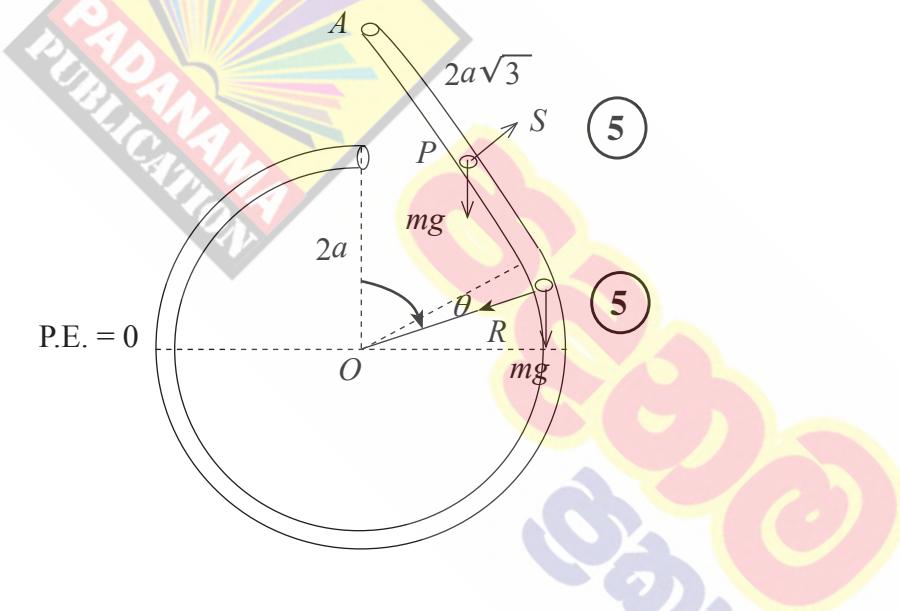
$$\begin{array}{l} \text{Diagram: A right-angled triangle with one angle } \frac{\pi}{3} \text{ at the top-left vertex.} \\ 2mg \frac{\sqrt{3}}{2} - T = 2mft \quad \textcircled{10} \end{array}$$

X ට Y වෙත ලැබා විමුව ගත වන කාලය t :

$$a = \frac{1}{2}Ft^2 \quad \textcircled{10} \quad (s = ut + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \text{for } X)$$

80

(b)



P අංකුවට ගක්ති සංස්කීරිත මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg(2a \cos \theta) = 0 + mg \cdot 4a \quad \textcircled{15}$$

$$\Rightarrow v^2 = 4ga(2 - \cos \theta), \quad \frac{\pi}{3} < \theta < 2\pi \quad \textcircled{5}$$

නළය ඇතුළත වෘත්ත වලිනය සඳහා $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ↲ :

$$mg \cos \theta + R = \frac{mv^2}{2a} = 2mg(2 - \cos \theta) \quad \textcircled{10} + \textcircled{5}$$

$$\Rightarrow R = mg(4 - 3\cos \theta) > 0 \quad \text{--- (i)} \quad \textcircled{5}$$

\therefore මෙම ප්‍රතික්‍රියාව O කේත්දිය වෙතට වේ.

50

සංශ්‍ය නලය ඇතුළත වලිනය සඳහා $\mathbf{F} = ma \nearrow$:

$$S - mg \cos \frac{\pi}{3} = m(0)$$

$$S = \frac{mg}{2} \quad \textcircled{5}$$

B වෙත ලගා වීමට මොංගාතකට පෙර ප්‍රතිත්ව්‍යාව $= \frac{mg}{2} \nearrow \textcircled{5}$

B වෙත පසු කර මොංගාතකට පසු ප්‍රතිත්ව්‍යාව $= \frac{5}{2} mg \swarrow \textcircled{5}$

එම අනුව, B හිදී ප්‍රතිත්ව්‍යාව විශාලත්වයෙන් $\frac{mg}{2}$ සිට $\frac{5}{2} mg$ දක්වා වෙනස් වන අතර දිගාව පිටත සිට

ඇතුළතට වෙනස් වේ.

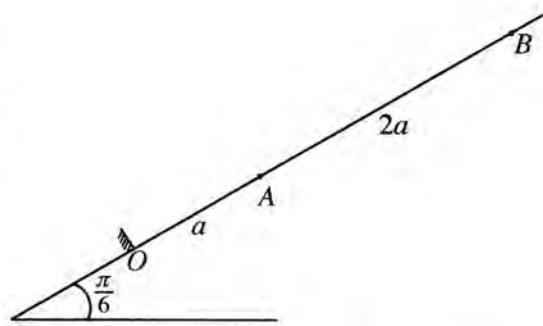
5

20

13. තිරසට $\frac{\pi}{6}$ කෝණයකින් ආනන සුම්මට අවල තලයක උපරිම බැඳුම් රේබාවක් මත $OA = a$ හා $AB = 2a$ වන පරිදි O පහළම ලක්ෂය ලෙස ඇතිව O, A හා B ලක්ෂය එම පිළිවෙළින් පිහිටා ඇත. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථා තන්තුවක එක් කෙළවරක් O ලක්ෂයට ඇදා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇදා ඇත. P අංශුව B ලක්ෂය කරා ලියා වන තෙක් තන්තුව OAB රේබාව දිගේ අදිනු ලැබේ. ඉන්පසු P අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. B සිට A දක්වා P හි වලින සම්කරණය, $0 \leq x \leq 2a$ සඳහා,

$$\ddot{x} + \frac{g}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) = 0$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $AP = x$ වේ.



$$y = x + \frac{a}{2}$$

යැයි ගෙන ඉහත වලින සම්කරණය $\frac{a}{2} \leq y \leq \frac{5a}{2}$ සඳහා $\ddot{y} + \omega^2 y = 0$ ආකාරයෙන් තැවත ලියන්න;

මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$ වේ.

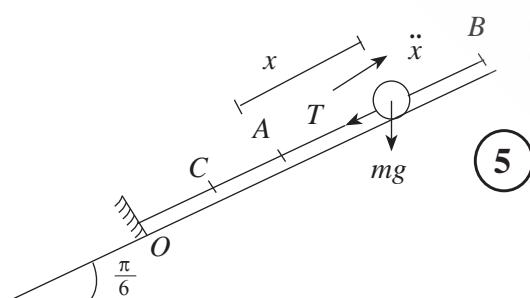
ඉහත සරල අනුවර්තී වලිනයේ කේන්දුය සොයා $\ddot{y}^2 = \omega^2 (c^2 - y^2)$ සූත්‍රය හාවිතයෙන්, c විස්තාරය හා A වෙත ලියා වන විට P හි ප්‍රවේශය සොයන්න.

O වෙත ලියා වන විට P හි ප්‍රවේශය $\sqrt{7ga}$ බව පෙන්වන්න.

B සිට O දක්වා වලනය විමට P මගින් ගනු ලබන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}} \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{1}{5} \right) + 2k \right\}$ බවත් පෙන්වන්න;

මෙහි $k = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ වේ.

P අංශුව O වෙත ලියා වන විට, තලයට ලමිබව O හි සවිකර ඇති සුම්මට බාධකයක් හා එය ගැටෙයි. බාධකය හා P අතර ප්‍රත්‍යාගති සංග්‍රහණය e වේ. $0 < e \leq \frac{1}{\sqrt{7}}$ නම්, පසුව සිදු වන P හි වලිනය සරල අනුවර්තී නොවන බව පෙන්වන්න.



5

$$P$$
 හි වලිනය සඳහා : $F = ma$ ↘

$$\begin{array}{l} \text{Diagram: } \angle \frac{\pi}{6} \\ T + mg \frac{1}{2} = m(-\ddot{x}) \end{array} \quad (i) \quad 10$$

$$T = mg \left(\frac{x}{a} \right) \quad (ii) \quad 5$$

$$(i) \text{ හා } (ii) \text{ න් } \Rightarrow \ddot{x} + \frac{g}{a} \left(x + \frac{g}{2} \right) = 0, \quad 0 \leq x \leq 2a.$$

5

25

$$y = x + \frac{a}{2} \text{ යිනීමෙන් } \ddot{y} = \ddot{x} \text{ ඇවේ. } \quad (5)$$

$$\ddot{y} + \omega^2 y = 0, \quad \frac{a}{2} \leq y \leq \frac{5a}{2}, \quad (5)$$

මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{a}$ වේ.

10

$$\text{සරල අනුවර්ති වලිනයේ කේන්ද්‍රය } C, \quad \ddot{x} = 0 \text{ එනම් } y = 0 \text{ හෝ } x = \frac{-a}{2}. \quad (5) + (5)$$

මෙම අනුව C ලක්ෂය, OA මත $OC = \frac{a}{2}$ වන පරිදි වේ. (OA හි මධ්‍ය ලක්ෂයයි.)

$$c \text{ විස්තාරය, } \text{දෙනු ලබන සූචය } \dot{y}^2 = \omega^2(c^2 - y^2)$$

මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{a}$ වේ.

$$B \text{ හි } y = \frac{5a}{2} \text{ වන විට } \dot{y} = 0. \quad (5)$$

$$\therefore 0 = \omega^2(c^2 - (\frac{5a}{2})^2) \Rightarrow c = \frac{5a}{2}. \quad (5)$$

ආංගුව, A ලක්ෂය කරා ලැයා වන විට එහි ප්‍රමේණය u යැයි ගනිමු.

$$A \text{ හි } y = \frac{a}{2}, \quad u^2 = \frac{g}{a} \left(\left(\frac{5a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \right). \quad (5) + (5)$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{6ga}. \quad (5)$$

35

A සිට O දක්වා P හි වලිනය

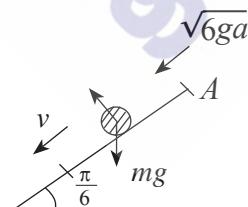
මෙම වලිනය තලය මත ගුරුත්වය යටතේ වේ.

$$v^2 = u^2 + 2fs \text{ යෙදීමෙන්}$$

$$\swarrow v^2 = 6ga + 2\left(\frac{g}{2}\right) \cdot a \quad (5)$$

$$\therefore v^2 = 7ga$$

$$\therefore v = \sqrt{7ga} \quad (5)$$



10

$$\omega t_1 = \alpha. \quad (5) \quad \text{என் } \cos \alpha = \frac{2}{\frac{5a}{2}} = \frac{1}{5}. \quad (5)$$

$$\therefore t_1 = \sqrt{\frac{a}{g}} \left(\cos^{-1} \left(\frac{1}{5} \right) \right). \quad (5)$$

இலகு, A சிடம் O இக்கீல விழிதயத் P நெஞ்சு t_2 காலை,

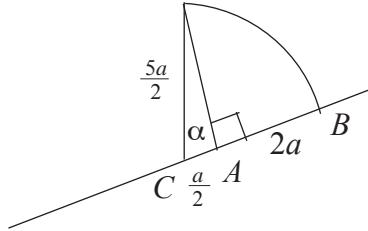
$$v = u + at \text{ யேடிமேன் } (5)$$

$$\nearrow \sqrt{7ga} = \sqrt{6ga} + \frac{g}{2} t_2$$

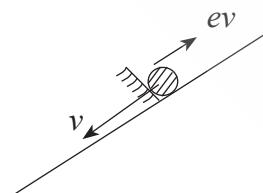
$$\therefore t_2 = 2\sqrt{\frac{a}{g}} (\sqrt{7} - \sqrt{6}) \quad (5)$$

$$\therefore B$$
 சிடம் O இக்கீல நெஞ்சு காலை (5)

$$t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{a}{g}} \left(\cos^{-1} \left(\frac{1}{5} \right) + 2k \right), \text{ மேல் } k = \sqrt{7} - \sqrt{6}.$$



35



$$O$$
 சிடம் பொருளை சுமங் கூரிமேல் மோணாதகுப் பஷ்புவு P கி வேயை $ev = e\sqrt{7ga}$ $\quad (5)$ $\angle \frac{\pi}{6}$

$0 < z \leq a$ வே நமி அங்குவே பஷ்புவ லின விழிதய சுரல் அனுவர்த்தி நோவே; மேலி z யனு ஒருநீலை யவனே, தலயே ஒன்று விழிதய வின டீர வே.

10

$$v^2 = u^2 + 2as \text{ யேடிமேன், } (5)$$

$$\nearrow 0 = (ev)^2 - 2\left(\frac{g}{2}\right)z$$

$$\Rightarrow z = 7e^2a \quad (5)$$

என், $0 < z \leq a$

$$\Leftrightarrow 0 < 7e^2a \leq a \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow 0 < e \leq \frac{1}{\sqrt{7}}. \quad (5)$$

35

14. (a) $OACB$ යනු සමාන්තරප්‍රයක් යැයි ද D යනු AC මත $AD : DC = 2 : 1$ වන පරිදි වූ ලක්ෂණය යැයි ද ගනිමු. O අනුබ්ධයෙන් A හා B ලක්ෂණවල පිහිටුම් දෙදිකි පිළිවෙළින් $\lambda \mathbf{a}$ හා \mathbf{b} වේ; මෙහි $\lambda > 0$ වේ. \overrightarrow{OC} හා \overrightarrow{BD} දෙදිකි, \mathbf{a} , \mathbf{b} හා λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

දැන්, \overrightarrow{OC} යන්න \overrightarrow{BD} ට ලමිඛ වේ යැයි ගනිමු. $3|\mathbf{a}|^2 \lambda^2 + 2(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\lambda - |\mathbf{b}|^2 = 0$ බව පෙන්වා $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ හා $A\hat{O}B = \frac{\pi}{3}$ නම්, λ හි අගය සොයන්න.

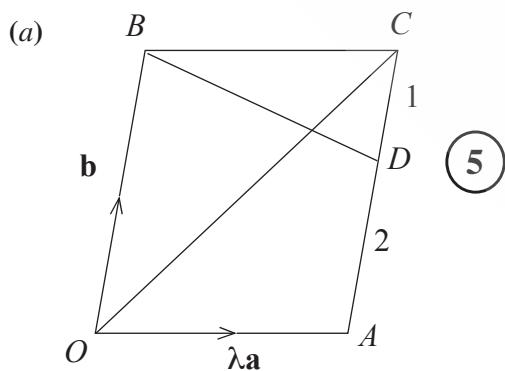
- (b) කේත්දය O හා පැනක දිග $2a$ වූ $ABCDEF$ සවිධී පවතුයක තළයෙහි වූ බල තුනකින් පද්ධතියක් සමන්වී වේ. මූලය O හි ද Ox -අක්ෂය \overrightarrow{OB} දිගේ ද Oy -අක්ෂය \overrightarrow{OH} දිගේ ද ඇතිව බල හා ඒවායේ ක්‍රියා ලක්ෂණ, සූපුරුදු අංකනයෙන්, පහත වගුවේ දක්වා ඇත; මෙහි H යනු CD හි මධ්‍ය ලක්ෂණය වේ.

(P නිවිතන වලින් ද a මිටර වලින් ද මතිනු ලැබේ.)

ක්‍රියා ලක්ෂණය	පිහිටුම් දෙදිකිය	බලය
A	$a\mathbf{i} - \sqrt{3}a\mathbf{j}$	$3P\mathbf{i} + \sqrt{3}P\mathbf{j}$
C	$a\mathbf{i} + \sqrt{3}a\mathbf{j}$	$-3P\mathbf{i} + \sqrt{3}P\mathbf{j}$
E	$-2a\mathbf{i}$	$-2\sqrt{3}P\mathbf{j}$

පද්ධතිය යුත්මයකට තුළය වන බව පෙන්වා, යුත්මයේ සූර්යනය සොයන්න.

දැන්, \overrightarrow{FE} දිගේ ක්‍රියා කරන විශාලත්වය $6P$ N වූ අතිරේක බලයක් මෙම පද්ධතියට ආතුලත් කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය උෂානනය වන තනි බලයේ විශාලත්වය, දිගාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.



$$\begin{aligned}\overrightarrow{OC} &= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{OC} &= \lambda \mathbf{a} + \mathbf{b} \\ \overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \\ &= \lambda \mathbf{a} + \frac{1}{3} \overrightarrow{CA} \\ \overrightarrow{BD} &= \lambda \mathbf{a} + -\frac{1}{3} \mathbf{b}\end{aligned}\quad (5)$$

$$\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{BD} \text{ ට බැවින් ඒවායේ අදිග ග්‍රණීතව} = 0. \quad (5)$$

$$\Rightarrow (\lambda \mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\lambda \mathbf{a} - \frac{1}{3} \mathbf{b}) = 0$$

$$\lambda^2 |\mathbf{a}|^2 + (1 - \frac{1}{3}) (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \lambda - \frac{1}{3} |\mathbf{b}|^2 = 0 \quad (5) \quad (\because \mathbf{b} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$$

$$\Rightarrow 3\lambda^2 |\mathbf{a}|^2 + 2 (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \lambda - |\mathbf{b}|^2 = 0 \quad (5)$$

$$|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| \text{ හා } \hat{A}OB = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \frac{\pi}{3} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} |\mathbf{a}|^2$$

ඉහත සමිකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$$3|\mathbf{a}|^2 \lambda^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} |\mathbf{a}|^2 \lambda - |\mathbf{a}|^2 = 0 \quad (5)$$

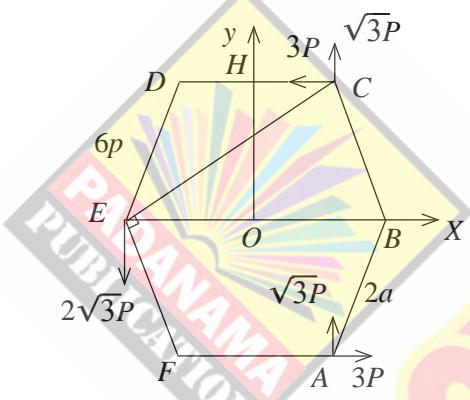
$$3\lambda^2 + \lambda - 1 = 0 \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{-1 \pm \sqrt{1+12}}{2}$$

$$\lambda > 0 \text{ බැවින් } \lambda = \frac{\sqrt{13}-1}{2}. \quad (5)$$

50

(b)



තුයා ලක්ෂාවල පිහිටුම දෙකින් වන්නේ,

$$\overrightarrow{OA} = a\mathbf{i} - \sqrt{3} a\mathbf{j}$$

$$\overrightarrow{OC} = a\mathbf{i} + \sqrt{3} a\mathbf{j}$$

$$\overrightarrow{OE} = -2a\mathbf{i}$$

රුපය සඳහා (15)

O හි දී පද්ධතිය උග්‍රහය කරමු.

$$\Rightarrow X = 3P - 3P = 0 \quad (10)$$

$\left. \begin{array}{l} M \neq 0 \text{ වේ } \\ \text{යුග්මයකට තුළා } \end{array} \right\} \text{ නම් පද්ධතිව }$

$$\downarrow Y = \sqrt{3}P + \sqrt{3}P - 2\sqrt{3}P = 0 \quad (10)$$

$$O \uparrow 2 \times 3P \cdot a\sqrt{3}P + 2a\sqrt{3}P + (2a) \cdot 2\sqrt{3}P = M = 12a\sqrt{3}P \quad (20)$$

යුග්මයේ සූර්ණය ($M \neq 0$) හි විශාලත්වය $12a\sqrt{3}P$ Nm වන අතර එය වාමාවර්තන

වේ. (5) + (5)

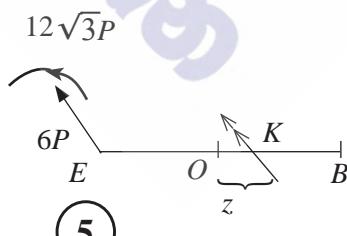
65

විශාලත්වය = $6P$

නව පද්ධතිය

(5)

$$= \frac{\pi}{3} \quad (5)$$



$$K \curvearrowleft -6P \times (2a+z) \frac{\sqrt{3}}{2} + 12a\sqrt{3}P = 0 \quad (10)$$

$$\Rightarrow z = 2a \quad (5)$$

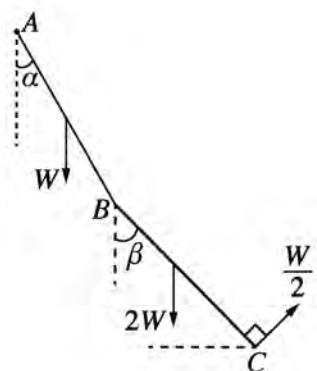
\therefore නව පද්ධතිය \overrightarrow{BC} දීගේ තුයා කරන තනි බලයකට තුළා වේ. (5)

35

15. (a) එක එකක දිග $2a$ වූ AB හා BC ඒකාකාර දැඩු දෙකක් B හි දී සුම්මට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB දැඩුවේ බර W ද BC දැඩුවේ බර $2W$ ද වේ. A තෙලුවර අවල ලක්ෂණකට සුම්මට ලෙස අසවි කර ඇත. AB හා BC දැඩු යටි අන් සිරස සමග පිළිවෙළින් α හා β කෝණ සාදුමින් මෙම පද්ධතිය සිරස් කළයක සමතුලිතකාවයේ තබා ඇත්තේ, C හි දී රුපයේ පෙන්වා ඇති BC ට ලම්බ දිගාව ඔස්සේ යොදු $\frac{W}{2}$ බලයක් මගිනි. $\beta = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වා, B සන්ධියේ දී AB දැඩුව මගින් BC දැඩුව මත යොදන ප්‍රතිච්ඡාවෙහි තිරස හා සිරස් සංරචක සෞයන්න.

$\tan \alpha = \sqrt{3}$ බැව් ලෙස සිංහල

$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{9}$ බවත් පෙන්වන්න.



- (b) රුපයෙහි පෙන්වා අැති රාම් සැකිල්ල ජ්වාදේ කෙළවරවල දිසුමට ලෙස සන්ධි කළ AB , BC , BD , DC හා AC සැහැල්ල දකු පහකින් සමන්වීන වේ.

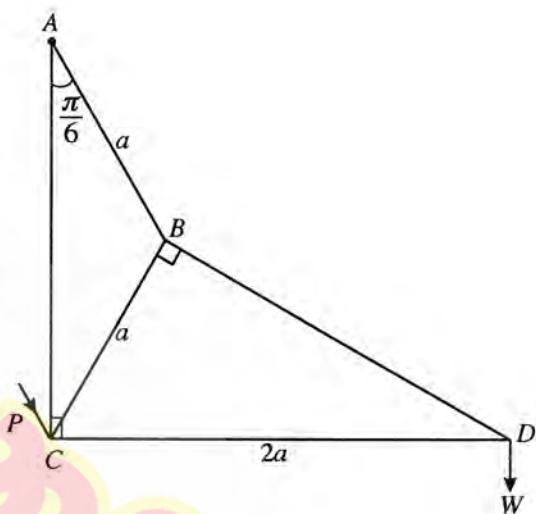
මෙහි $AB = CB = a$ දී $CD = 2a$ සියලු $B\hat{A}C = \frac{\pi}{6}$ දී බව දී ඇති. රාමු සැකිල්ල A හේ දී අවසර කේෂයකට පූමට ලෙස අසවේ කර ඇති. D සන්ධියේ දී W හාරයක් එල්ලා, AC සිරස්ව දී CD තිරස්ව දී ඇතිව සිරස් තලයක රාමු සැකිල්ල සමතුලිතව තබා අත්තේ C සන්ධියේ දී AB දැන්වා සමාන්තරව රුපයේ පෙන්වා ඇති දියාවට යොදු P බලයක් මගිනි. බෝ අංකනය හාවිතයෙන් D, B හා C සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අදින්න.

ජ නයින්

- (i) ආතමි ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් දඩු පහේම ප්‍රතිඵල්, හා

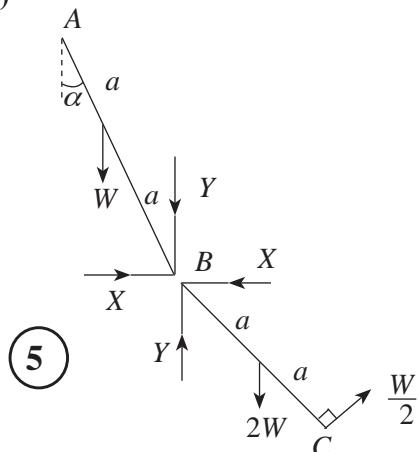
(ii) P හි අගය

සොයන්න.



- (a)

BC සඳහා B වටා සුරිතු ගැනීමෙන්,



$$B \nearrow \frac{W}{2}(2a) = 2W \cdot a \sin \beta \quad (10)$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{2}. \therefore \beta = \frac{\pi}{6}. \text{ } \boxed{5} + \boxed{5}$$

BC සඳහා

$$\longrightarrow X = \frac{W}{2} \cdot \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{4} W. \quad (5)$$

$$\leftarrow BC \text{ କେଣ୍ଟା : } Y = 2W - \frac{W}{2} \sin \beta \quad (5)$$

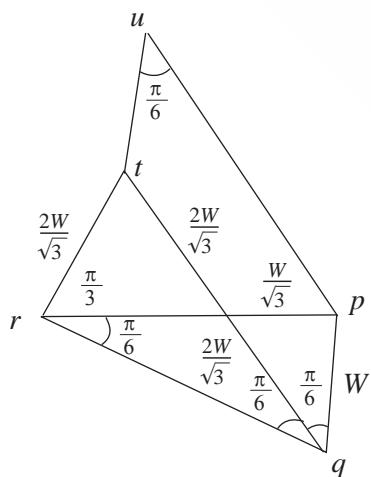
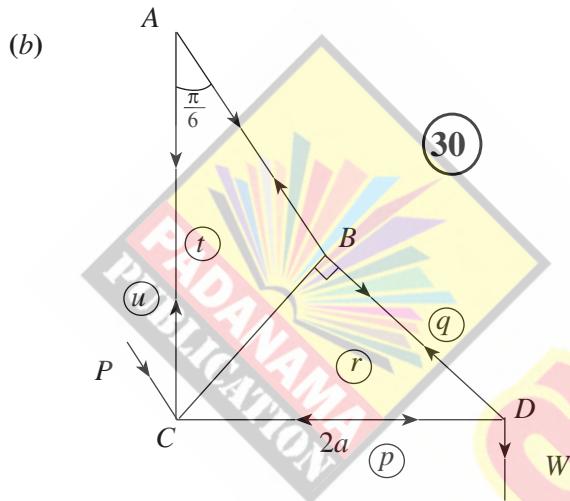
$$= \frac{7}{4} W.$$

$$A \quad X \cdot 2a \cos \alpha - Y 2a \sin \alpha - W a \sin \alpha = 0 \quad (10)$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \cos \alpha = 9 \sin \alpha. \quad (5)$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{9}. \quad (5)$$

20



දැන්වීම්	ආකතිය	තෙරපුම
AB	$\frac{4W}{\sqrt{3}}$	-
BC	$\frac{2W}{\sqrt{3}}$	-
AC	W	-
BD	2W	-
CD	-	$\sqrt{3} W$

50

$$P = up = \frac{4W}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

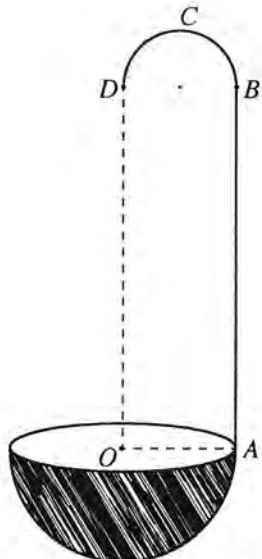
90

16. (i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක ස්කන්ද කේන්දුය එහි කේන්දුයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද

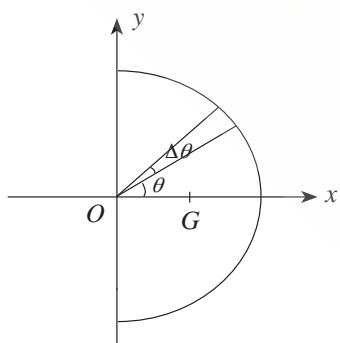
(ii) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොලක ස්කන්ද කේන්දුය එහි කේන්දුයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

කේන්දුය O හා අරය $2a$ වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොලකට රුපයේ දැක්වෙන පරිදි දිග $2\pi a$ වූ AB සාප්‍ර කොටසකින් ද BD විෂ්කම්භය AB ව ලම්බ වන පරිදි අරය a වූ BCD අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසකින් ද සමන්විත ඒකාකාර කම්බියකින් සාදනු ලැබූ $ABCD$ තුනී මිටක් දාඩි ලෙස සවි කිරීමෙන් හැන්දක් සාදා ඇතු. A ලක්ෂය අර්ධ ගෝලයේ ගැටුව මත ඇති අතර OA යන්න AB ව ලම්බ ද OD යන්න AB ව සමාන්තර ද වේ. තව ද BCD යන්න $OABD$ හි තලයේ පිහිටා ඇතු. අර්ධ ගෝලයේ ඒකක වර්ගඑලයක ස්කන්දය ර ද මිටෙහි ඒකක දිගක ස්කන්දය $\frac{a\sigma}{2}$ ද වේ. හැන්දේ ස්කන්ද කේන්දුය, OA සිට පහළට $\frac{2}{19\pi}(8\pi - 2\pi^2 - 1)a$ දුරකින් ද O හා D හරහා යන රේඛාවේ සිට $\frac{5}{19}a$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

රූ තිරස් මේසයක මත, අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය එය ස්ථාපිත කරමින්, හැන්ද තබා ඇතු. අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය හා මේසය අතර සර්ණ සංගුණකය $\frac{1}{7}$ කි. \overrightarrow{AO} දිකාවට A හි දි යොදනු ලබන තිරස් බලයක් මකින් OD සිරස්ව ඇතිව හැන්ද සමතුලිතතාවයේ තැබිය හැකි බව පෙන්වන්න.



(i)



සමමිතියෙන්, ස්කන්ද කේන්දුය G , Ox අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$\Delta m = a\Delta\theta\rho$, මෙහි ρ යනු, ඒකක දිගක ස්කන්දය වේ.

$$OG = \bar{x} \text{ යැයි ගනිමු. එවිට}$$

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho a \cos\theta d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho d\theta} \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{a \sin\theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{\theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}} \quad (5)$$

$$= \frac{2a}{\pi} \quad (5)$$

ඒ නයින්, ස්කන්ද කේන්දුය O සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් පිහිටයි.

(ii)

සම්මතියෙන්, ස්කන්ධ කේත්දය G , Ox අක්ෂය මත පිහිටයි.

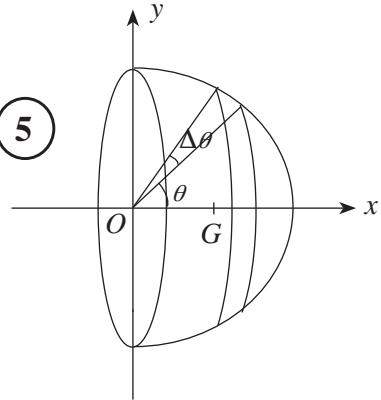
5

$\Delta m = 2\pi (a \sin \theta) a \rho \theta \cdot \sigma$ මෙහි σ යනු, ඒකක වර්ගීලයක ස්කන්ධය වේ.

$$OG = \bar{x} . \text{යැයි ගනිමු. එවිට}$$

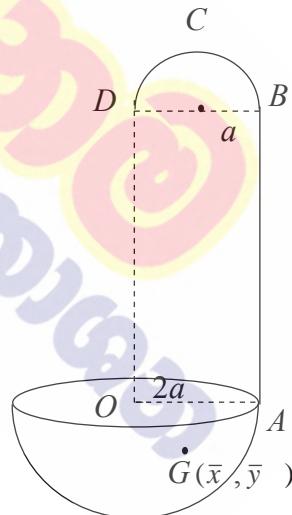
$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi (a \sin \theta) a \sigma a \cos \theta d\theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi (a \sin \theta) a \sigma d\theta} \quad 5 + 5$$

$$\begin{aligned} &= \frac{a \sin \theta \left[\frac{\pi}{2} \right]}{2} + 5 \\ &\quad - \cos \theta \left[\frac{\pi}{2} \right] + 5 \\ &= \frac{a}{2} \cdot 5 \end{aligned}$$



එ නයින්, ස්කන්ධ කේත්දය O සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් පිහිටයි.

30



වස්තුව	ස්කන්ධය	$OD (\rightarrow)$ සිට දුර	$OA (\downarrow)$ සිට දුර
AB සංශෝධ කොටස	$\pi a^2 \sigma$ 5	$2a$	πa 5
BCD අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස	$\frac{\pi a^2 \sigma}{2}$ 5	a	$2\pi a + \frac{2a}{\pi}$ 5
අර්ධ ගෝලාකාර කොටස	$8\pi a^2 \sigma$ 5	0	$-a$ 5
හැන්ද	$\frac{19\pi a^2 \sigma}{2}$ 5	\bar{x}	\bar{y}

$$\frac{19\pi a^2 \sigma}{2} \bar{y} = \pi a^2 \sigma \cdot \pi a + \frac{\pi a^2 \sigma}{2} \left(2\pi a + \frac{2a}{\pi} \right) + 8\pi a^2 \sigma (-a) \quad (10)$$

$$\frac{19\pi}{2} \bar{y} = -8\pi a + 2\pi a + a \quad (5)$$

$$\therefore \bar{y} = \frac{-2}{19\pi} (8\pi - 2\pi^2 - 1)a$$

∴ හැන්දේ ස්කන්ධ කේත්දය OA සිට $\frac{2}{19\pi} (8\pi - 2\pi^2 - 1)a$ දුරක් පහළින් පිහිටයි.

$$\frac{19\pi a^2 \sigma}{2} \bar{x} = \pi a^2 \sigma \cdot 2a + \frac{\pi a^2 \sigma}{2} \cdot a + 8\pi a^2 \sigma \cdot 0 \quad (10)$$

$$\therefore \frac{19}{2} \bar{x} = 2a + \frac{a}{2} = \frac{5a}{2}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{5a}{19} \quad (5)$$

∴ හැන්දේ ස්කන්ධ කේත්දය OD සිට $\frac{5a}{19}$ දුරක් පිහිටයි.

65

$$\rightarrow F = P \quad (5)$$

$$\uparrow R = W \quad (5)$$

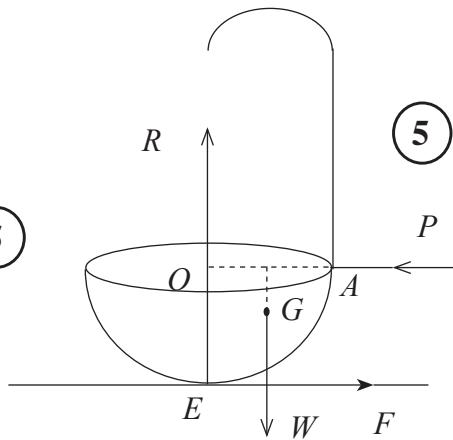
$$E \curvearrowleft P \times 2a = W \times \frac{5}{19}a \quad (5)$$

$$\therefore P = \frac{5}{38}W.$$

$$\Rightarrow F = \frac{5}{38}W.$$

$$\frac{F}{R} = \frac{5}{38} \quad (5)$$

$$\therefore \frac{1}{7} > \frac{F}{R} \quad (5)$$



ඒ නයින්, හැන්ද සමත්වීමාවේ තැබිය හැක.

30

17. (a) ආරම්භයේදී එක එකක් සුදු පාට හෝ කළ පාට වූ, පාටින් හැර අන් සෑම අපුරකිත්ම සමාන බෝල 3ක් පෙට්ටියක අධිංග වේ. දැන්, පාටින් හැර අන් සෑම අපුරකිත්ම පෙට්ටියේ ඇති බෝලවලට සමාන සුදු පාට බෝලයක් පෙට්ටිය තුළට දමා ඉන්පසු සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. පෙට්ටියේ ඇති බෝලවල ආරම්භක සංපුත් හතර සම සේ හට්‍ය වේ යැයි උපකල්පනය කරමින්,
- (i) ඉවතට ගන් බෝලය සුදු පාට එකක් වීමේ,
 - (ii) ඉවතට ගන් බෝලය සුදු පාට එකක් බව දී ඇති විට ආරම්භයේදී පෙට්ටිය තුළ හරියටම කළ පාට බෝල 2ක් තිබිමේ,
- සම්භාවිතාව සෞයන්න.
- (b) μ හා σ යනු පිළිවෙළින් $\{x_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ අගයන් කුළකයේ මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය යැයි ගනිමු. $\{\alpha x_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ අගයන් කුළකයේ මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය සෞයන්න; මෙහි α යනු නියතයකි.
- එක්තරා සමාගමක සේවකයින් 50 දෙනාකුගේ මාසික වැටුප් පහත වගුවේ සාරාංශගත කර ඇත:

මාසික වැටුප (රැකියා දැනුයේ ජ්‍යෙෂ්ඨී)	සේවකයින් ගණන
5 – 15	9
15 – 25	11
25 – 35	14
35 – 45	10
45 – 55	6

සේවකයින් 50 දෙනාගේ මාසික වැටුප්වල මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

වසරක ආරම්භයේදී එක් එක් සේවකයාගේ මාසික වැටුප $p\%$ වලින් වැඩි කරනු ලැබේ. ඉහත සේවකයින් 50 දෙනාගේ නව මාසික වැටුප්වල මධ්‍යනාය රුපියල් 29 172 බව දී ඇත. p හි අගය හා සේවකයින් 50 දෙනාගේ නව මාසික වැටුප්වල සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

(a) $i = 0, 1, 2, 3$ සඳහා E_i යනු සුදුපාට බෝල i ගණකක් ඇති පෙට්ටියේ සංපුත් යැයි ගනිමු.

$$\text{ඡ්‍යෙවුම} P(E_i) = \frac{1}{4}, \quad i = 0, 1, 2, 3 \text{ සඳහා}$$

W යනු සසම්භාවී ලෙස ඉවතට ගන් බෝලය සුදුපාට වීමේ සිද්ධිය යැයි ගනිමු.

ඡ්‍යෙවුම,

$$(i) P(W) = \sum_{i=0}^3 P(W | E_i) P(E_i) \quad (10)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{4}{4} \times \frac{1}{4} \quad (10)$$

$$= \frac{5}{8} \quad (5)$$

25

(ii) බේස් ප්‍රමේයයට අනුව,

$$P(E_1 | W) = \frac{P(W | E_1) P(E_1)}{P(W)} \quad (10)$$

$$= \frac{\frac{2}{4} \times \frac{1}{4}}{\frac{5}{8}} \quad \textcircled{10}$$

$$= \frac{1}{5} \quad \textcircled{5}$$

25

(b) $Y = \{\alpha x_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ යේ ගනිමු.

$$\text{මධ්‍යන්යය : } \mu_y = \frac{\sum_{i=1}^n (\alpha x_i)}{n} = \alpha \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right) = \alpha \mu \quad \textcircled{5} + \textcircled{5}$$

$$\text{විචලනකාව : } \sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\alpha x_i)^2}{n} - \mu_y^2 \quad \textcircled{5}$$

$$= \alpha^2 \left[\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \mu^2 \right] \quad \textcircled{5}$$

$$= \alpha^2 \sigma^2 \quad \textcircled{5}$$

$$\therefore \text{සම්මත අපගමනය } \sigma_y = |\alpha| \sigma \quad \textcircled{5}$$

30

මාසික වැටුප (රුපියල් දහසේ ඒවායින්)	f	මධ්‍ය ලක්ෂණය x	$y = \frac{1}{10}x$	y^2	fy	fy^2
5 - 15	9	10	1	1	9	9
15 - 25	11	20	2	4	22	44
25 - 35	14	30	3	9	42	126
35 - 45	10	40	4	16	40	160
45 - 55	6	50	5	25	30	150
	50				$\sum fx = 143$	$\sum fx^2 = 489$

5

5

$$\mu_y = \frac{\sum fy}{\sum f} = \frac{143}{50} \quad \text{වා} \quad \sigma_y^2 = \frac{\sum fy^2}{\sum f} - \mu_y^2 = \frac{489}{50} - \left(\frac{143}{50} \right)^2 \quad \textcircled{5}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{4001}{50}} \quad \textcircled{5}$$

ඉහත ප්‍රතිඵල හාවිතයෙන් :

$$\mu_x = 10\mu_y = 10 \left(\frac{143}{50} \right) = 28.6 \text{ රුපියල් දහසේ ඒවා } \quad (5)$$

$$(= \text{රු. } 28600)$$

නා $\sigma_x = 10\sigma_y = \frac{\sqrt{4001}}{5} \approx 12.65$ රුපියල් දහසේ ඒවා (5)
 $(\approx \text{රු. } 12650)$

50

නව මාසික වෙනත් යය : $z = x + \frac{p}{100} x = \left(1 + \frac{p}{100}\right) x$, මෙහි x යනු කළීන් මාසික වෙනත් යයයි.

(5)

ඉහත ප්‍රතිඵල හාවිතයෙන් : $\mu_z = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \mu_x$

$$29172 = \left(1 + \frac{p}{100}\right) 28600 \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{29172}{286} = 100 + p$$

$$\therefore p = 2 \quad (5)$$

$$\sigma_z \approx \left(1 + \frac{2}{100}\right) \sigma_x$$

$$\approx \frac{51}{50} \times 12.65$$

(5)

$$\approx 12.9 \text{ රුපියල් දහසේ ඒවා}$$

$$(\approx \text{රු. } 12900)$$

20